

Topologie et Perception: Trois Recensions

L'ouvrage a fait l'objet, à ma connaissance, d'une bonne quinzaine de recensions, dont certaines évidemment très brèves. Trois de ces recensions ont été négatives: l'une d'elle est quelque peu stupide, les deux autres sont le fait de mathématiciens assez bornés.

Je livre ici, parmi les plus attentives, trois recensions, celle assez brève de J.S. Joel parue dans les Maths Reviews, et deux autres rédigées par des philosophes reconnus: celle de J. Largeault publiée dans les Archives de Philosophie, et celle de M. Espinoza parue également dans cette même revue, mais qu'il a publiée également en espagnol dans trois autres revues. Je donne la version propre en espagnol qu'il m'a envoyée, je le remercie.

- Bruter, Claude Paul 58 #31209a
★**Topologie et perception. Tome I.**
Basés philosophiques et mathématiques.
Préface de René Thom.
Collection Recherches Interdisciplinaires.
Doin S. A. Éditeur; Maloine S. A. Éditeur, Paris, 1974. 254 pp.
(loose errata) 64 F.
- Bruter, Claude Paul 58 #31209b
★**Topologie et perception. Tome II.**
Aspects neurophysiologiques.
Collection Recherches Interdisciplinaires.
Doin S. A. Éditeur; Maloine S. A. Éditeur, Paris, 1976. 271 pp.
98 F.

These two volumes, the first two of a projected three, are devoted to a preliminary investigation of the relationship between the topological theory of smooth dynamical systems and the evolution of (human) perception, particularly the neurophysiological aspects. There are three parts, of which the first is devoted to a discussion of philosophical principles underlying the processes of devising and developing mathematical models. This material is largely adapted from an earlier book by the author [*Sur la nature de mathématiques*, Gauthier-Villars, Paris, 1973; MR 58 #15829], and concentrates on the problem of determining the direct observations that are necessary to form a basis for our knowledge. The second part contains an introduction to differential topology as applied to the qualitative theory of ordinary differential equations and dynamical systems. New presentations are made in the exposition of the attachment of handles to spheres and the proof of the universal unfolding theorem. Most results in this part are not given with proofs, but there are many examples and some interesting additional remarks, particularly in the 32-page booklet of corrections and complements prepared in 1978. The third part, which makes up Volume 2, is concerned with an exposition of neurophysiology; emphasizing cephalic development and physiological perception.

J. S. Joel (Ann Arbor, Mich.)

C.P. BRUTER. — *Topologie et Perception*. 1, Bases philosophiques et mathématiques, 254 p., index. 2, Aspects neurophysiologiques, 271 p. Maloine-Doin, Paris, 1974 et 1976. fig.

« Le secret du progrès réside dans l'intérêt spéculatif pour des schèmes abstraits de morphologie ». La fécondité de la théorie des catastrophes sur le plan des applications confirmera cette phrase de Whitehead. Bruter est un scientifique que la nature a doué d'un tempérament métaphysique. Quiconque expose une métaphysique personnelle doit s'armer de courage, car l'originalité comptera pour de l'extravagance, tandis que toute similarité avec des développements classiques suscitera chez le lecteur une impression défavorable de déjà vu.

Topologie et perception doit comporter trois volumes dont deux sont parus. Le premier tome contient des rappels de mathématiques. En aussi peu de pages il est impossible de donner plus que des résultats et des exemples. La théorie des variétés différentiables, généralisation du calcul différentiel et intégral d'autrefois, occupe une place centrale : champs de vecteurs, formes différentielles associées, systèmes dynamiques, bords et orientation des variétés. Cette mathématique a servi dans l'explication du mouvement et des formes (cf. la magnétostatique et l'électrostatique). Le matériel rassemblé dans ce volume ne se retrouve ailleurs que sous forme fragmentaire, et noyé dans des démonstrations « profondes », i.e. difficiles. La tâche de rendre intuitifs tous les concepts mathématiques abstraits excède les capacités du pédagogue même le plus habile : ces concepts ne deviennent familiers que par la résolution tâtonnante d'exercices. L'exposé de Bruter sera plus utile à ceux qui ont déjà une culture ou des souvenirs de mathématiques, qu'à ceux qui sont absolument neufs.

En tête du tome 1 viennent trente trois pages de « données philosophiques » (p. 13-45), et à la fin (p. 231-46) il y a seize pages sur le mouvement et les mathématiques. Les considérations métaphysiques forment la substance du premier de ces essais. L'auteur énonce des propositions fondamentales qu'il appelle « observations premières » (pour ne pas dire : vérités premières), qui décrivent soit des propriétés d'objets, soit des processus ou des événements. Ces propositions résultent de l'observation affinée par la science et notamment par la théorie des catastrophes, qui a donné aux idées de singularité, de stabilité structurelle, de préhension, etc., un contenu géométrique. La théorie des catastrophes sert de cadre conceptuel aux recherches présentes de Bruter. D'autre part ces

observations sont des conjectures touchant la réalité : le monde dont l'auteur nous parle est constitué de champs de forces différenciés (p. 25), où les objets se capturent, se repoussent, se détruisent, suivant des principes d'équilibre, de croissance, d'entropie maximale (p. 30). Ces principes valent universellement — en physique comme en sociologie (cf. OM 1 p. 26) : la nature travaille partout selon des patrons uniformes, et d'autre part « l'analogie est la méthode fondamentale de la science » (2, p. 21). Thom avait noté que la théorie des catastrophes fournit une théorie de l'analogie.

De ses observations premières l'auteur déduit des théorèmes. Dans sa préface, Thom se demande si Bruter a voulu construire un schème intellectuel d'explication ou bien décrire un donné qui ne doit rien à l'esprit (cf. 1, p. 4). On pourrait répondre que Bruter se propose, dans ces textes, de rendre compte des traits généraux de l'expérience, en évitant à la fois l'idéalisme et le réalisme platonicien. Il tente, comme Whitehead l'avait indiqué, de transformer l'idéalisme sur une base réaliste (ou, si l'on préfère, le platonisme sur une base aristotélicienne), en ne séparant pas les entités abstraites et la réalité.

Le tome 2 décrit la morphologie des organes de la perception, c'est-à-dire en premier lieu, la morphologie du système nerveux. Au bout d'un immense et minutieux travail d'exposition, l'auteur est à même de traiter du rêve et de la perception visuelle en les interprétant dans le cadre conceptuel du tome 1. Le lecteur trouvera à la p. 29 du tome 2 un plan qui pourra lui être utile.

Nous avons cherché à caractériser sommairement l'esprit général de ce livre riche et remarquable plutôt qu'à en faire un résumé. Bruter a donné à son intelligence un objet naturel. Son ouvrage répond à un besoin et à une curiosité profonde. Depuis quelques décennies la philosophie accorde à l'analyse des concepts et à la rigueur des arguments une place exclusive des faits. Ici au contraire l'important est l'entrée des objets et des processus dans l'expérience. On pense une fois de plus à Whitehead qui assignait à la philosophie la tâche de chercher des prémisses et non pas des preuves. Whitehead considérait aussi qu'il y avait une connexion entre les formes mathématiques et le monde réel. Et il écrivait : « Si la civilisation continue de progresser, la principale nouveauté dans la pensée humaine au cours des deux prochains millénaires sera la prépondérance de la connaissance mathématique ». Bruter nous fait apercevoir l'éventualité que cette prévision se vérifie d'une manière inattendue. La théorie des catastrophes marque peut-être le début d'une ère nouvelle dans les applications des mathématiques (modèles qualitatifs).

J. LARGEAULT.

EXTRAIT DE *PENSAR LA CIENCIA*

Tecnos, Madrid, 2004

Miguel Espinoza

[12] Claude-Paul Bruter, *Topologie et Perception*, tome I, *Bases mathématiques et philosophiques*, tome II, *Aspects neurophysiologiques*, tome III, *Considérations socio-psychologiques et linguistiques*, Maloine, Paris, 1974/ 1976/ 1986.

§ 1. — *La construcción de los objetos*

La primera parte del primer tomo contiene los datos filosóficos de la filosofía de la naturaleza o de la cosmología de Bruter. Esta tiene un fuerte carácter platónico en el sentido en que se trata de mostrar de qué manera la geometría, como una causa formal, guía los procesos que culminan en las formas de los objetos estables del mundo. La característica principal de los objetos es la estabilidad estructural. Un objeto existe en la medida en que es estructuralmente estable. Un objeto, un sistema dinámico $D = (V, X)$ (V es una variedad diferenciable y X designa un campo vectorial sobre V) es estructuralmente estable si el aspecto o retrato topológico de las trayectorias del sistema dinámico (V, X') y (V, X) es el mismo. Las consideraciones métricas no tienen importancia, lo que se conserva es la igualdad general de las proporciones entre las trayectorias. Como se sabe, esta noción global de estabilidad estructural fue introducida en 1937 por Andronov y Pontryagin. Matemáticamente, esta condición se expresa diciendo que existe un homeomorfismo $h: V \rightarrow V$ que transforma toda trayectoria de (V, X) en una trayectoria de (V, X') y conserva su orientación. El autor agrega que se puede imponer también que la transformación h no sea demasiado grande, y por lo tanto que la distancia de x a $h(x)$ sea pequeña (I, p. 197). Los objetos relativamente simples se combinan para formar objetos relativamente

complejos. La historia del universo desde los taquiones (objetos cuya velocidad sería superior a la de la luz) hasta el hombre, pone de manifiesto el aumento de complejidad (I, p. 23).

René Thom, autor del Prefacio de esta obra, tiene una preferencia epistemológica y ontológica por las explicaciones formales o estructurales y muestra menos simpatía que Bruter por las descripciones evolucionistas. Se queja de que Bruter no haya examinado más a fondo los aspectos estructurales y formales de la evolución del universo. Esta observación da una idea del contexto del tratado: hay que leerlo teniendo en cuenta la dualidad evolución y estructura, dinámica y topología. Una pregunta interesante retomada por Thom es el problema tradicional desde los pitagóricos y Platón: ¿cómo es posible que las formas se encarnen en los fenómenos? ¿cómo es posible que las explicaciones estructurales (por la causa formal) sean válidas? La respuesta de Bruter es de orden aristotélico — volveremos brevemente sobre esto. Luego quienes están familiarizados con el sistema organicista de Whitehead reconocerán también varios puntos de contacto entre Bruter y el autor de *Process and Reality* (aunque éste no figura en la bibliografía de *Topología y percepción*). Las semejanzas se encuentran, por ejemplo, en el emergentismo, en la concepción de la formación de los objetos y en lo que se dice sobre la elaboración del conocimiento, en la sensibilidad a los aspectos globales de los objetos, a la manera como el todo orienta el funcionamiento de las partes, es decir en la sensibilidad a las causas formales y finales. Pero en Bruter no hay Dios que guíe el curso de los eventos. A lo mejor el autor diría que Dios es necesario para guiar los eventos si fueran contingentes, pero él cree en el determinismo universal, lo que no es el caso de Whitehead.

§ 2. — *Herramientas teóricas*

La segunda parte del primer tomo es una exposición de los elementos de topología y de dinámica, herramientas con que Bruter construye modelos en un intento de aprehender algunas propiedades de los objetos, desde los

objetos físicos más simples hasta los más complejos como los sistemas sociales. El autor se esforzó por explicar los conceptos y resultados fundamentales de la topología y de la dinámica con ejemplos y comentarios. Quien no conozca nociones fundamentales como las de espacio topológico, entorno, las formas topológicas elementales o las nociones de geometría diferencial como la de variedad diferenciable o de espacio fibrado, y sobre todo la noción de estabilidad estructural, podrá asimilarlas aquí. Esto permite agudizar la aprehensión de las analogías naturales y ensanchar el horizonte epistemológico, últimamente dominado sin contrapeso, por lo menos en el ambiente anglosajón, por las posibilidades de la lógica o de la historia.

§ 3. — *El origen de las matemáticas*

Llama la atención la desaparición de la distinción tradicional entre las matemáticas puras y las matemáticas aplicadas. Para Bruter las matemáticas tienen su punto de partida en lo real observado, son una ciencia de observación; luego vienen el esquematismo y la construcción de modelos. Las matemáticas resultan de la evolución de un cerebro cuyas funciones principales son la regulación del medio interior y la simulación o representación del medio exterior. La idea de que el cerebro y las matemáticas simulan el medio exterior es una de las sugerencias más interesantes del libro. El pensamiento reproduce la forma y la trayectoria de los objetos y el lenguaje permite la ritualización y la estabilización de esta actividad. Se trata entonces, aunque no exclusivamente, de un realismo de la representación. “No exclusivamente” porque los modelos son fuertemente sugeridos por el mundo exterior. No se ve una discontinuidad notable entre el mundo exterior y la mente. Me parece entonces que Bruter estaría de acuerdo con Aristóteles en que los modelos se aplican a los fenómenos externos porque son sugeridos, en primer lugar, por tales fenómenos. (Aristóteles diría que los modelos *se abstraen* del mundo externo).

El lenguaje ha debido tener muy temprano elementos matemáticos sin los cuales los hombres no podrían evaluar el número de hijos o apreciar la fuerza de los enemigos. Vinculando las matemáticas a la marcha general del pensamiento, el autor llama la atención sobre el rol de la representación espacial en la elaboración primera de la noción de número: el número puede ser interpretado geoméricamente como una similitud. Según el autor, la noción de número se elaboró poco a poco ingenuamente (en un sentido no peyorativo), naturalmente: una vez que el hombre ya sabía sumar y restar objetos reales, se dio cuenta de que podía operar sobre los números. La construcción de los números en el sentido matemático clásico ocurre en un segundo tiempo.

El origen de la geometría, como el de la aritmética, es también concebido como un proceso indisoluble de problemas naturales. En una actitud que nos recuerda una vez más a Aristóteles, el autor afirma que el enunciado geométrico relativo a un objeto expone una propiedad del objeto (I, p. 63). En efecto, según el estagirita, las propiedades geométricas existen en los objetos sensibles en tanto que características accidentales, pero pueden separarse — abstraerse — de las propiedades físicas, es decir, de la materia, del movimiento y del tiempo. Es lo que hace el matemático quien se encarga de abstraer tales *propiedades* matemáticas que llegan a ser en su intelecto *seres* matemáticos. Así las matemáticas son a la vez naturales e intuitivas: lo matemático, en tanto que propiedad, es natural, en tanto que ser independiente perteneciente a una ciencia particular, requiere del intelecto y existe sólo en la mente. Volvamos a Bruter: del origen natural de las matemáticas puede sacarse una conclusión importante que el autor no subraya y que nos gustaría ver desarrollada: si las matemáticas son una ciencia de observación (Bruter), si tienen un origen natural (Aristóteles), entonces la necesidad o la utilidad de las matemáticas para explicar el mundo físico no es un misterio sino un hecho que cabía esperar. En cambio, quienes ven una discontinuidad entre lo natural y lo mental, entre la sensación y el entendimiento (Einstein, Feynman y muchos otros), no

pueden sino extrañarse de que algunos modelos matemáticos tengan un alcance ontológico, una pertinencia explicativa. He insistido sobre los aspectos aristotélicos porque el autor parece encontrarlos a su manera y sin proponérselo, mientras que el carácter platónico de *Topología y percepción* es perfectamente consciente.

Si el lector se interesa en entender la Teoría de las Catástrofes (TC) de Thom-Zeeman sacará provecho de las observaciones de Bruter sobre la topología y la dinámica, bases de esta teoría (el autor, durante un tiempo, colaboró con R. Thom). La segunda parte del tomo I es, también, una introducción autorizada a la TC.

§ 4. — *Los arquetipos*

El objetivo del segundo tomo es mostrar algunos mecanismos fisiológicos o arquetipos que nos imponen clases de conducta a los cuales asociamos algunos conceptos. Bruter se forma una idea de cómo se forjan los pensamientos. Este tomo contiene metáforas y modelos geométricos que ayudan a comprender la formación y el funcionamiento de los organismos, dando grandes saltos desde la bacteria hasta el cerebro humano. La intuición de base es clásica: la variedad natural puede entenderse gracias a que la naturaleza tiende a utilizar un número reducido de arquetipos o de universales. Bruter acoge el principio de Spinoza que todo ser aspira a perseverar en su ser. La naturaleza tiende a formar objetos estables y la estabilidad explica la simetría (II, p. 47).

Uno de los arquetipos favoritos de la naturaleza es el logro de la estabilidad por duplicación del objeto inestable y por la formación de un sistema de regulación que va del uno al otro. Una moneda puesta de canto sobre la mesa es inestable, dupliquemos entonces la moneda y soldemos un eje entre las dos: obtenemos un sistema mecánico estable. La búsqueda de estabilidad pone así en marcha los mecanismos formadores de simetría cuyo rol es asegurar la permanencia de los objetos. En el dominio social, la permanencia de una función puede lograrse aumentando el número de

personas encargadas de ejercerla, y en el mundo biológico abunda la regeneración por duplicación, y el desdoblamiento simétrico de los miembros externos de los animales es el resultado de una técnica de estabilización de la especie. Luego la oposición izquierda-derecha está ligada, como decía H. Weyl, a los problemas más profundos de la filogénesis y de la ontogénesis. Todo objeto vivo presenta, en algún nivel de su constitución, un carácter de lateralidad (II, p. 48). La topología, ciencia de lo estático y de lo reversible, apta para explicar la simetría en lo inanimado, debe ser completada con conceptos de la dinámica para dar cuenta de la simetría en el reino biológico. Allí el tiempo funciona, por decirlo así, como una flecha que orienta al espacio; la anisotropía primitiva ya no es válida. Bruter piensa que la importancia del efecto temporal aumenta con la evolución y que debería terminar por influir sobre la morfología global del ser vivo. El autor reconoce que se trata de una idea vaga y sin consecuencias operatorias, en todo caso el problema es el siguiente: ¿cómo explicar la existencia de una flecha del tiempo, de una diferenciación del espacio?

Otro de los arquetipos favoritos de la naturaleza es el conflicto (componente heraclíteo). Cada objeto tiende a ocupar el dominio espacio-temporal, físico o figurado, más importante posible. El conflicto nace cuando un objeto tiende a apoderarse del territorio ocupado por otro objeto (III, p. 124). Esto es cierto en todos los estratos. Pero Bruter está convencido del carácter simplista del pensamiento dicotómico y advierte, con razón, que no hay que exagerar su amplitud. El análisis dialéctico por simple oposición de contrarios puede ocultar fenómenos sutiles. No puedo impedirme de ver acá una crítica a la TC y en general al pensamiento heraclíteo de Thom. En este orden de ideas es particularmente interesante la p. 176 del tomo III donde Bruter critica el modelo demasiado simple de la TC destinado a describir el fenómeno de la nutrición.

¿Cómo es posible que un número reducido de universales o de arquetipos esté presente en los estratos físico, biológico, psíquico, lingüístico y social? La analogía, la similitud de formas, es una de las propiedades funda-

mentales que contribuyen a la inteligibilidad. La analogía es la base objetiva, mientras que la base subjetiva del conocimiento es que la función principal del cerebro y del lenguaje es la representación del medio ambiente (III, pp. 153 y s.). Tal representación es una condición de supervivencia, como la mantención de la homeostasis del ser global de la cual se encargan los órganos de percepción que captan el medio ambiente. Los modelos representan la realidad y son capaces de abarcar sectores diferentes porque la naturaleza tiende a la analogía, a la estabilidad, a la simetría, a la extremalidad, a la simplicidad. El hombre, parte de la naturaleza, imita otras partes. Tengo la impresión de que en este punto Bruter está cerca de descubrir, a su manera, la sugerencia de Edipo en su respuesta al enigma de la esfinge: “El hombre, se pregunta Edipo, ¿no sería acaso la solución paradigmática de todos los enigmas?” Conocer es, ante todo, imitación, representación, y la aptitud del hombre para identificarse a un objeto o a una situación, ¿no es acaso una marca de inteligencia?

El tomo III comprende una sección de sociopsicología y otra de lingüística. Parte de este volumen es la expresión de observaciones personales llenas de candor sobre la génesis, la organización y la evolución de las sociedades y sobre los principales comportamientos de los individuos. Las observaciones están a menudo acompañadas de información y de ejemplos sacados de las ciencias. El autor busca la coherencia entre la evidencia inmediata y la evidencia científica. He ahí una de las razones por las cuales describí al comienzo la obra de Bruter como una filosofía de la naturaleza: en ella se intenta asegurar la continuidad de la robusta percepción natural, inmediata, a la percepción científica, más frágil. Otra razón para el rótulo de filosofía de la naturaleza es que se trata de explicar la variedad natural con un formalismo matemático reducido, con pocos modelos arquetípicos. Las observaciones sobre el mundo en general, y sobre la sociedad y el lenguaje en particular, tienen en cuenta el sustrato biológico tanto en la explicación de la génesis de los estratos superiores como en la construcción de modelos y de metáforas. Bruter quisiera que se piense en la

sociedad como si fuera un ser vivo y que se considere que el lenguaje revela el funcionamiento del cuerpo (III, pp. 15 y 177).

§ 5. — *Espacio, geometría y explicación*

Topología y percepción se puede leer analítica o sintéticamente. Corresponde a los biólogos y a los estudiosos de las ciencias sociales y psicológicas juzgar los modelos propuestos, distinguir las observaciones utilizables o pertinentes. Pero no se corre ningún riesgo de error si se afirma que los científicos no encontrarán fácilmente una entrada a esta cosmología porque hoy nada favorece lo pluridisciplinario. Actualmente la propiedad que determina el carácter científico de un enunciado más ampliamente admitida es su aspecto predictivo: debe estipularse en qué condiciones de observación se encontrará qué cantidad, resultado de una medida, dentro de qué margen de error. Pero Bruter propone en cambio modelos cualitativos que permiten la adopción de un punto de vista global y sintético. Explicar quiere decir: dar cuenta de la estabilidad de una forma, mostrar cómo y por qué las fuerzas que actúan sobre un objeto se equilibran para formar un objeto estructuralmente estable, un ser. Hay una invitación omnipresente a considerar que todo fenómeno, sea cual sea su naturaleza, es susceptible de ser representado y explicado espacialmente. Explicar no es un asunto exclusivo de reglas lógicas o de ordenamiento lógico de premisas y de conclusiones sean cuales fueren los contenidos. El espacio es la categoría última, y de ahí viene la supremacía de la geometría en la búsqueda de comprensión. Uno se queda con la impresión de que la intuición fundamental es justa: hay que representarse los fenómenos espacialmente. Estamos rodeados de formas, algunas son semejantes a otras, la repetición existe. Hay la forma aparente del objeto captada por los sentidos y la forma interna que el físico llama fase. H₂O puede aparecer bajo tres fases: líquida, sólida y gaseosa. La forma aparente es la línea o superficie de división, la onda de choque entre fases diferentes. Es instructivo comparar nuestra construcción de algunas formas topológicas elementales (uno puede

ejercitarse con hilo, papel, plasticina, etc.) con la manera en que la naturaleza forma algunos objetos. Considérese por ejemplo la construcción de una esfera a partir de un disco y la formación del ojo. Entendemos en este caso por analogía, porque la naturaleza trabaja como nosotros –mejor dicho, porque nosotros trabajamos como ella.

En resumen, para el autor el conocimiento es un proceso causal. El organismo responde a las circunstancias impuestas por el ambiente y empieza por representárselo. Según el autor los modelos son indispensables en la investigación científica porque sirven de reveladores de la realidad. No siempre lo aparente es lo más significativo. Un modelo es una proyección de un objeto o de un proceso sobre un espacio que sirve de pantalla y tiene la ventaja, ausente en lo real representado, de ser estable con respecto a los desplazamientos en el espacio y en el tiempo. Un modelo se puede reproducir fácilmente; goza de un grado más o menos alto de universalidad. Al permitir la detección de analogías escondidas, muestra la unidad detrás de la multiplicidad. Se puede evaluar el modelo según su riqueza (cantidad de características compartidas con lo real representado), su universalidad o poder (la extensión del campo de aplicación), y según su adecuación a la percepción. El autor cree en la existencia de una lógica interna que guía la transformación del mundo y a la cual correspondería eventualmente un metamodelo que contendría todos los otros y se extendería al universo entero. La razón produce modelos deterministas a los cuales responden la estabilidad y la repetición de los fenómenos. La afirmación del autor “todo responde a una necesidad” (III, p. 158) es coherente con la predilección por la geometría. Hay quienes tienen una inclinación por lo estable, lo regular, lo geométrico y lo determinado, y Bruter forma parte de este grupo. Los modelos geométricos son los modelos matemáticos más aptos para representar la naturaleza, preferibles a las ideas algebraicas, rígidas, y a las probabilidades incomprensibles.

Traduzco a continuación lo esencial de una carta que C. P. Bruter me hizo llegar amablemente luego de la primera publicación de este breve estudio: “... Aunque estos volúmenes fueron diseñados hace más de veinte años, tengo la impresión de que fundamentalmente no han envejecido. Los problemas abordados no faltan, como la emergencia del concepto de estabilidad, el concepto metafísico sin duda más importante, como aquél de la ambigüedad de las cosas de este mundo, o como aquél de la representación y de la constitución de las codificaciones pertinentes... Tú llamas la atención sobre la visión orgánica del mundo. La encontré en Platón a través de esta simple frase del *Timeo*, “el mundo, el cual es un animal”. Si esta visión es justa, entonces estamos muy lejos de elaborar modelos eficientes de representación de este animal. Respondo aquí a una queja expresada por Thom en el Prefacio y a la cual tú aludes... Como sabes, probablemente el modelo espacial más rico fabricado por los matemáticos hasta hoy es aquél de espacio fibrado. Estos espacios pueden llegar a ser muy complejos en la medida en que cada fibra posee igualmente esta estructura. Ella puede ser de dimensión elevada, sus propiedades topológicas pueden ser ricas y diversas. Sobre todo, la presencia de interacciones entre fibras plantea el problema arduo, tan extenso, del conocimiento de estas interacciones, de sus representaciones (propagaciones, deformaciones, codificaciones y desciframientos o decodificaciones, influencias por retroacciones, despliegues o extensiones). Dado que cada fibra F opera sobre su base B , habría que saber de manera bastante precisa cómo lo hace. Un ejemplo muy simple mostrará cómo puede producirse esta acción: un número, que es en general pluri-dimensional, puede concebirse como una representación de una transformación. En el caso elemental de un entero unidimensional como 3, 3 representa una traslación. N designa el conjunto de las traslaciones representadas por los números naturales y constituye la base B de nuestra ilustración. Tomemos por fibra F por encima de uno de estos números, como 3, un nuevo ejemplar de N : 4 por ejemplo es uno de esos elementos.

La traslación 4 opera sobre 3 y lo lleva a 12. La multiplicación m , comprendida bajo este ángulo geométrico, es así una aplicación particular del espacio fibrado $B \times F$ en su base B . Se puede por supuesto renovar este género de construcción, tanto como se quiera, de manera estable. Es este carácter de estabilidad que confiere a las matemáticas su eficacia, que algunos consideran como un milagro, tema que mencionas al hablar del problema del origen de las matemáticas. El milagro es más bien aquél de la estabilidad de los procesos físicos fundamentales. El modelo matemático la traduce a su manera: es porque las gotas de lluvia caen una a una regularmente durante un período a priori infinito, y que el fenómeno se renueva sin cesar en el curso de los tiempos de manera casi idéntica a sí mismo, que se puede elaborar el modelo pertinente de la adición. Y es porque otro fenómeno físico — cuyas cualidades principales están ocultas para nosotros — se comporta de manera análoga al fenómeno lluvioso, que el empleo del modelo de la adición para describirlo permitirá de ver en él algunas propiedades de una manera inesperada... Dicho eso, si algunos mecanismos creadores de estabilidad son conocidos, no se ha elucidado todavía la manera como se ha constituido el querer perseverar en su ser, noción presente ya en el *Banquete* platónico”.

* * *