

RENÉ THOM

SOUVENIRS ENCORE PRÉSENTS

Question préliminaire: la lecture de tels souvenirs contribue à mieux faire connaître, à cerner quelque peu la personnalité d'une personne, par ailleurs laissant son nom dans l'histoire scientifique du siècle passé. Vaut-il la peine de publier ces souvenirs, une telle lecture présente-t-elle un intérêt quelconque ?

Avant d'aborder timidement et imparfaitement ce sujet, un mot bref sur le contenu proprement dit du texte, sur quelques-uns de ses traits principaux selon moi, d'autres critiques auront sans doute des avis différents.

Le texte révèle une personnalité intellectuelle créatrice de grande envergure dont les travaux en mathématiques ont été loués et honorés, mais qui, dans d'autres domaines, et notamment la physique (cf l'annexe 1), n'ont pas toujours immédiatement convaincu, ou sont encore restés sans descendance véritable (la biologie).

Ces faits ont sans doute contribué à peser continûment au fil des années sur la psychologie et le comportement du personnage, qui se reconnaît « agressif » (cf l'annexe2), une des manières de faire face aux formes d'incompréhension que son intuition et sa compréhension rencontrent, une des manières également de compenser ses doutes et craintes sur ce qu'il avance, doutes et craintes ayant pu contribuer à façonner un caractère parfois inquiet, voire « déchiré ».

On peut s'arrêter là et dire, rien de niveau sous le soleil. Cela ne concerne que la propre personne.

Mais un autre aspect comportemental apparaît à travers plusieurs propos et qui sont peut-être liés au qualificatif « déchiré ». Ils révèlent une forme d'un léger laisser-aller déontologique à l'égard de la profession. Apparaît là une nouvelle faiblesse de l'homme, et qui n'en possède pas, soit !, mais elle intéresse la collectivité. Des grands hommes, on espère et on attend un comportement exemplaire, celui qui contribue à la stabilité et au progrès de la société. Les éloges à cet égard ont vertu éducatrice. Et les remontrances également.

Ces dernières considérations conduisent à donner à la question initiale une réponse positive.

Je me donc propose ici de rassembler, en les complétant, des éléments de souvenir concernant Thom, dont la plupart ont pu déjà paraître dans des écrits antérieurs, publiés ou non. Thom a occupé une place évidemment très importante dans le déroulement de mes activités intellectuelles. Il est non moins évident que notre rencontre n'a pas été entièrement fortuite, tenant en partie aux parcours antérieurs que nous avons suivis chacun de notre côté, à nos personnalités propres. Ces lignes témoignent de la subtilité des liens qui se sont établis entre nous.

Servira d'entrée en matière, ce texte intitulé « Le séminaire Thom, sa genèse »¹, finalement adressé à Springer et publié par leurs soins:

The Thom Seminary: Its Genesis²

C.P. BRUTER

bruter@me.com

Born in 1923, René Thom cheerfully went through all the stages of a brilliant academic career. His mathematical work is in line with that of Russian and American mathematicians. Thom published his first note in the Comptes-Rendus at the age of 26. The content of this note, « *Sur une partition en cellules associée à une fonction sur une variété* » (« *On a partition into cells associated with a function on a manifold* ») foreshadows that of all his later mathematical work. The properties of the function he uses announce his interest in the theory of singularities of differentiable maps. The partition into cells of a manifold refers to its interest in topology, in particular the classification of differentiable manifolds.

¹J'en avais rédigé une première version alors que j'étais encore en exercice à l'Université Paris 12. J'avais depuis longtemps quitté cette université au moment où les éditeurs de l'ouvrage, Isabelle Marcos et Clément Morier, réunirent les participants à cette œuvre.

Voici tout d'abord l'en-tête de la version à corriger, ses corrections, et la remarque qu'elles appellent:

The Thom Seminary: Its Genesis

Claude P. Bruter✉

Email : bruter@u-pec. frbruter@me.com

Affl Gustave Eiffel University Université Paris12, Champs-sur-Marne Créteil, France

Remarque: j'ai dû modifier l'adresse e-mail. La première bruter@u-pec.fr figurait dans le texte remis aux éditeurs. Il se trouve que récemment Juin 2014, n'étant plus en exercice depuis sans doute une quinzaine d'années à l'Université Paris 12, celle-ci, malgré mes protestations, a supprimé le compte e-mail correspondant. Par ailleurs, l'adresse initiale, Université Paris 12, est en contradiction avec l'affiliation affichée « Gustave Eiffel University », laquelle ne figure nullement dans le texte remis aux éditeurs. J'ignore les raisons qui les ont conduit à modifier à tort l'affiliation première.

²Le texte publié par Springer le 3 Septembre 2024 est celui du Chapitre 13 de : Isabel Marcos-Clément Morier Ed., *The Relevance of René Thom*, Lecture Notes in Morphogenesis, https://doi.org/10.1007/978-3-031-54982-3_13

He published his thesis two years after this first note in the *Comptes-Rendus*, and obtained the Fields Medal in 1958, at 35 years of age, for his work in algebraic topology on the classification of differentiable varieties using significant groups. The use of the assembly of varieties by cobordism, that is to say their association according to compatible boundaries, allowed him to widen the field of the results already known.

In one of our conversations, around 1975 I think, he revealed to me spontaneously, blushing, that the mathematician Gaston Julia had advised him to study singularities. I made the mistake of not asking him about when this suggestion came about. He worked in this direction as an extension of the work of Marston Morse and Hassler Whitney. He once told me that he considered Whitney to be the most important mathematician of his century³. This was of course a personal point of view.

I no longer remember how I was informed of a presentation by Thom, at the mathematics department of Orsay, on a Thursday in early June 1968. It was afternoon, the sky was all blue and the sun was shining. I was sitting on the left side, facing the desk in front of which Thom was presenting some of his views on biology and linguistics. Thom spoke of this using the elements of his theory of course. The text appeared in number 4, December 1968, of the journal *l'Âge de la Science (Age of Science)*, under the title *Topologie et Signification (Topology and Meaning)*, and it specified the content of the part of the presentation devoted to linguistics.

I was fascinated by the cleverness and wealth of this presentation, whose mathematical roots were somewhat magical for me at the time, delighted if not joyful because I encountered in it the geometric attitude of my own approach to linguistics. At the time, I had already written my first article on linguistics entitled *Sur une formalisation de la grammaire française simplifiée*⁴ (*On a formalization of simplified French grammar*). I relied on the fact that an important part of speech, through the simulation activity performed by the brain, reflects the spatial organization of objects. I found in Thom's underlying presentation the same point of view.

My article appeared in 1970 only in *Etudes de Linguistique Appliquée*. This delay in publication allowed me to complete the original writing simply by adding Thom's name in the introduction, without giving any bibliographical reference, and in particular concerning him since the approach, of an algebraic nature, was very different from his, which was centered on a form of analytical representation of certain verbs.

³ One of the points of connection between Thom and me was the fact that Whitney was also the founder of the theory of matroids, the subject of my main thesis.

⁴ Accessible on <http://arpam.free.fr/FGFS.pdf>

The following is the introduction to this text⁵:

SUR UNE FORMALISATION DE LA GRAMMAIRE FRANÇAISE SIMPLIFIÉE

0. *Introduction.*

Dans l'essai qui suit, on présente une formalisation abrégée de la grammaire française simplifiée, en tenant compte de quelques-unes de ses propriétés sémantiques.

Il nous est apparu que certaines règles fondamentales de la construction de nombreux langages, y compris le langage mathématique, rentraient dans le cadre de ce formalisme. Il présente donc un intérêt pédagogique et méthodologique.

Son choix repose sur le fait qu'un langage a pour but de décrire les objets dans l'espace et dans le temps, ainsi que leurs interactions et mouvements. Ce fait, pressenti par N. Chomsky, semble assez important pour avoir, indépendamment de nous, retenu l'attention de R. Thom, et lui permettre d'introduire de nouveaux modèles mathématiques en linguistique.

So sharing with Thom the same spatio-temporal understanding of language, I came to see him at the end of his presentation, told him of my feeling of complicity with his geometric vision of language. He invited me to come and meet him at 11 a.m. at IHES, the last Saturday of the month.

That day, we resumed an appointment for the Saturday of the new school year, again at 11 a.m., at the IHES. We were thus alone for at least two years, after which other people joined, the first of them being Pierre Delattre†. Many who attended what became a regular seminar are present here, but there were also many other participants, more or less episodic: Delattre's two collaborators at the CEA, Hyver and Delforge, my late friends, the linguist Maurice Coyaud⁶ †, who knew almost all the languages and dialects of Asia!, the mathematician Jean-Pierre Duport-Rosand⁷ †, author of a very beautiful tale *La princesse bleue* (*The Blue Princess*), inspired by the notion of chreod, and author of a great application of CT to hemophilia, the philosopher of science Jean Largeault⁸ † of course, the morphologist, biologist and

⁵ On a formalization of simplified French grammar. In the following essay, we present an abbreviated formalization of simplified French grammar, taking into account some of its semantic properties. We learned that certain fundamental rules for the construction of many languages, including mathematical language, fell within the scope of this formalism. It is therefore of pedagogical and methodological interest. Its choice is based on the fact that a language aims to describe objects in space and time, as well as their interactions and movements. This fact, sensed by N. Chomsky, seems important enough to have, independently of us, caught the attention of R. Thom, and allowed him to introduce new mathematical and linguistic models.

⁶ Directeur de Recherches CNRS, Prof a l'INALCO

⁷ Maître de Conférences à l'Université de Savoie

⁸ Professeur à l'Université Paris 12

physicist Yves Bouligand⁹ †, the philosopher Kristof Pomian, the international lawyer Alain Laraby, the neurobiologist Pierre Etevenon, whose guinea pig I was for a while, and several others whose names you know, who are now absent.

Thom remained practically silent during our one-on-ones sessions where a relaxed atmosphere of perfect understanding reigned between us. We didn't talk about biology in any way. I explained my ideas to him, most of which, written at the CNRS center in Aussois in September, was the subject of my mimeographed text of October-November 1969 entitled *On the cave wall (Sur le Mur de la Caverne)*¹⁰. The content of this essay provided the material, and the first part of Volume 1, and Volume 3 of *Topologie et Perception*¹¹ (*Topology and Perception*). In the essay, the announcement of the expected publication of *Stabilité Structurale and Morphogenèse (Structural Stability and Morphogenesis)* appears in the bibliography. The book was to appear in 1970. It was finally published in November 1972, and André Avez had guessed perfectly why the last chapters bear the discreet traces of my comments. They are not very visible, even to me now, because Thom had integrated them into his vision of things at the time. I would not be surprised if the Appendix on the notion of object was added following our meetings. Thom had only given me the proofs of these last chapters. We can see, in the preface he wrote for *Topologie et Perception*, the expression of our intellectual sympathy and no doubt a certain form of acknowledgment of debt.

What I learned from Thom therefore only comes, as for everyone, from reading some of his texts and from his public presentations. In particular, I wrote up his lessons given on Monday afternoons at the IHES throughout the 1970-1971 academic year, and entitled *Modèles mathématiques de la Morphogenèse*¹² (*Mathematical Models of Morphogenesis*). Thom told me he would thank me, but... These texts do not appear in the works of Thom published by mathematicians. They served as the basis for the publication of the *Lezione Fermiane* included in his book edited by Flammarion. The introduction where the problem of explanation appears, for example, is mine, there is also the use of the term extremality, still unknown to dictionaries. I did not bring anything on the mathematical level, I learned it. I did, however, contribute to the formulation of his model. The first two chapters were not modified. Only the second part of the third chapter had been reviewed by Thom, as at the end of page 32: « I gave ... ».

What I have retained, in an essential way, from this long contact with the writings of Thom, is the importance of the notion of singularity (introduced by Cauchy), and that of stability. Let me quote a few lines from the "Advice to the Reader" that appears in my book titled *Energie et Stabilité*¹³

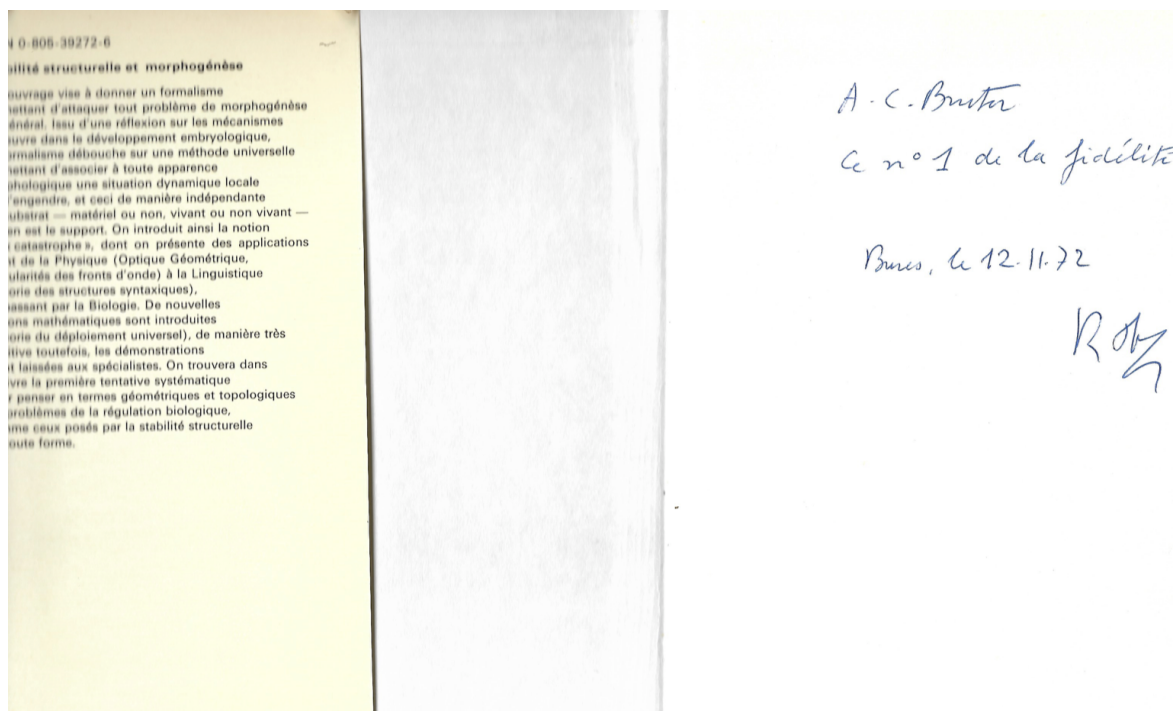
⁹ Président après Thom de la Société Française de Biologie Théorique 8 <http://arpam.free.fr/SMC.pdf>

¹⁰ <http://arpam.free.fr/SMC.pdf>

¹¹ <http://arpam.free.fr/DP.pdf>

¹² <http://arpam.free.fr/MMM.pdf>

¹³ Accessible on <http://arpam.free.fr/ESC.pdf>



"A word about the focus in this text on stability. It comes from my meetings with Thom. First of all, I am grateful to him for having directed me to André Avez, who died recently, quietly regarding the mathematical community. I would like to pay homage to him here. By assigning me the subject of my second thesis, Avez introduced me to the theory of dynamical systems; the notion of stability occupies an eminent place. At that time, influenced by the popularity of structuralism, the notion of structural stability occupied a prominent place in people's minds. Thom, in his writings, speaks essentially only of this one. I felt the need to go beyond this restrictive point of view. I add that this was all the more necessary since structural stability is by no means generic, as Smale has shown.

I have made this notion of stability a sort of operational law, analogous to certain fundamental laws of physics, such as those of gravitation or those of Maxwell, a law of a metaphysical nature given the observed universality of its field of application. I call it "Plato's principle" (cf *The Symposium*, 207d) and state it today in this form: *Every object strives to persevere in its "self", across space and time*. If Pascal had read Plato's Banquet, he would have found the answer to one of his questions. Taking up and developing the content of the first part of *Topology and Perception* from the angle of the Mother Ideas¹⁴, a book nearing completion reveals the extent of the impregnation of the principle and its driving force in all of the activities of the natural world.

I would like to thank Sharon Breit-Giraud who generously corrected my first translation of the original French text.

¹⁴ The Principe of Stability, an Essay on the Incarnation of the Notion of Stability within the Pantheon of Mother Ideas Cambridgescholars.com, 2021 <https://www.cambridgescholars.com/product/978-1-5275-6857-0>

Les premières années qui accompagnèrent notre collaboration, je fus invité à dîner dans le modeste appartement où vivait la famille Thom, dans la résidence Saint-Gratien à Bures, tout près de l'IHES. Le repas se terminait toujours par une tarte à la rhubarbe, légère, fine, délicieusement fondante : Madame Thom, Suzanne, excellait.

Tout au long de ces nombreuses années de conversation, les moments où les questions personnelles ou familiales furent l'objet de quelques mots restèrent exceptionnels. Surpris, Thom me dit un jour que sa fille Françoise ne m'était pas destinée. Peut-être en tant que père avait-il, un moment, envisagé la possibilité d'une « entente » entre Françoise et moi. Mais pas plus d'un côté que de l'autre, il n'y eut de quelconque attirance. Je ne me souviens plus de la date vers laquelle Thom me demanda pour son fils Christian, alors encore en prépa, la planche à dessin; celle qui me restait portait également me semble-t-il le nom d'un co-thurne, Coffinet. Plus tard, Thom, reprenant la vieille antienne, « la vieillesse est un naufrage » m'exprima sa souffrance lorsque disparut son frère. Du côté familial, nous étions à table, je me souviens surpris du propos de sa femme critiquant Thom pour son égoïsme. Aucune explication sur le moment justifiant ce reproche inattendu. Par incompréhension, les relations entre nous tous ne sont pas toujours au beau fixe.

Ce n'est qu'au bout de plusieurs mois que je dis simplement à Thom que j'étais juif - il s'agissait en l'occurrence d'une reconnaissance de descendance et d'une affirmation de solidarité. Le visage de Thom s'épanouit de rouge. Ce fut la seule fois où j'évoquais ma généalogie, et jamais Thom n'y fit allusion. Nous n'étions ni l'un ni l'autre imprégnés de religion, nos écrits en témoignent. Je n'ai par ailleurs que très rarement fait mention au cours de nos échanges des difficultés relationnelles rencontrées à Brest. Si la fin de lettre qui suit fait sans doute allusion à ces difficultés, ce sujet n'a jamais fait l'objet de discussions quelque peu approfondies.

Je suis bien sûr hautement redevable à Thom des lettres de recommandation qu'il a pu adresser à quelques-uns des départements de mathématiques auprès desquels j'ai postulé un poste. Je ne souviens pas avoir eu connaissance du contenu d'une seule de ces lettres.

Sans doute a-t-il placé quelque espoir en ma jeune personne, au début de notre relation tout du moins. N'a-t-il pas accepté que je prenne note du contenu de ses exposés les lundis à l'IHES sur les Modèles Mathématiques de la Morphogenèse (cf la note 11) ? C'est sans doute vers la même époque que je lui ai proposé de faire un exposé sur le contenu d'un article, aujourd'hui perdu, qui, je crois, traitait d'hydrodynamique. Le public fut nombreux, mais sans doute autant sinon davantage que moi déçu. Contrairement à mes espoirs, je n'apportais rien de neuf sur le plan mathématique.

Mathematics Institute

University of Warwick
Coventry Warwickshire CV4 7AL
England
Telephone Coventry (0203) 24011

le 29 juin 1972

Mon cher Brister

Je suis très confus : nous voilà à la fin de l'année, et je ne vous ai pas encore répondu. Il faut dire à ma décharge que j'ai été très occupé ces derniers temps : des exposés à préparer, des épreuves "du lire" qui sont enfin arrivées, et trois traités d'œuvres (dont le votre) à regarder. J'espère fermement pouvoir vous dire bientôt si je peux écrire une préface à votre bouquin. Mon premier coup d'œil a été favorable, mais ne croyez-vous pas, avant de lancer la théorie des catastrophes ses frères ? (J'étais d'ailleurs en ce moment, pour le journal "Manifold" ^{de Maths} de Warwick, un article sur ^{le présent et} l'avenir de la théorie des catastrophes : je ne m'y montre pas trop optimiste...).

Ceci dit, je compatis à tous vos malheurs, dont j'espère qu'ils ne sont que relatifs. Dépêchez-en moi à l'IHES, où je retournerai le 15 juillet, pour me dire où je votre adresse de vacances.

Bien à vous

R. Thom

Le courrier suivant écrit quelques mois plus tard fait suite au précédent¹⁵:

Mathematics Institute

University of Warwick
Coventry Warwickshire CV4 7AL
England
Telephone Coventry (0203) 24011

Mon cher Benoit

Merci de vos nouvelles : j'espère que vous
êtes maintenant bien rétabli, de souffrance
et le refus aidant.

N'ayant pas suivi votre affaire avec Mme
Faber-Luce, je n'en ai pas bien compris de
quoi il s'agissait (peut-être de votre article sur
le mouvement et les mathématiques ?). En ce
qui concerne votre petit traité, il a l'air bien
appétissant, et si je l'avais en entier, je pourrais
peut-être vous promettre d'en faire pour moi une
preface. Il y a dans votre avant-propos bien
des idées intéressantes, des formules nouvelles
mais aussi peut-être quelques fautes que
je réponsais... L'avant-dernier paragraphe est
cryptique, le dernier trop bref pour être précis.
Mais nous en parlerons plus longuement si
le cas se présente (Je suis à Bures aux environs
du Séminaire Bourbaki).

• Ici, à Warwick, c'est l'éternelle dystonie.
Il y a pas mal d'activité mathématique, et
beaucoup de visiteurs distingués sont de passage.
Par contre, je n'ai guère progressé sur le fond
des choses... Je vous envoie prochainement
une copie de mon article sur le Symbolisme
que j'ai donné pour un collègue à l'université
de Mons.

Bien amicalement votre

R. H.

¹⁵ On pourra faire le lien entre « je ne m'y montre pas très optimiste » avec le contenu de l'annexe 1.

J'ai complètement perdu la mémoire de l'année où Grothendieck me tint ce jugement - naturellement inspiré par la colère et le ressentiment. Cela se situe dans l'intervalle des années 72-75. Je ne sais si existe à l'IHES un dossier contenant les minutes, les notes prises pendant les délibérations des différentes réunions des conseils d'administration de ces années. On y lirait la trace des discussions qui ont pu ternir les relations entre Grothendieck à Thom. On sait par exemple que Thom s'opposa à ce que Pierre Deligne, alors le poulain de Grothendieck, puisse être accepté comme professeur à l'IHES. On sait aussi que l'IHES finit par refuser d'accepter Grothendieck en son sein, sans doute pour des raisons voisines à celles qui décidèrent le Collège de France - d'un mot Lichnerowicz m'en fit part une fois - à énoncer cette décision, rapportée par Grothendieck lui-même à la page 18 du numéro 09 de Survivre. Cette décision est celle de l'acceptation ou du refus d'autoriser G. à faire ces deux cours, l'un de mathématiques proprement dit, le second portant sur sociologie de la science:

Il y a eu finalement vote séparé, d'abord sur la deuxième, puis sur la première partie de mon projet de cours. Résultats :

II Théorie de Dieudonné des Groupes de Barsotti-Tate :

25 oui, 12 non, 6 abstentions, 2 nuls.

I Science et Technologie dans la Crise Evolutionniste actuelle : allons-nous continuer la recherche scientifique :

32 non, 9 oui, 1 abstentions, 1 nul.

C'est donc au cours de ces années, qu'entre le bâtiment qui abrite le directeur de l'IHES et ce qui est maintenant le Centre de Conférences Marylin et James Simons, par une plutôt agréable journée, je croisais Grothendieck qui m'énonça : « Thom est veule ». Surpris, je n'ai pas posé de question. Jugement évidemment pour le moins excessif, qui interroge les psychologies des protagonistes, la sociologie des milieux scientifiques, et bien sûr qu'on ne peut oublier. Pour quelle(s) raison(s) Grothendieck s'est-il épanché sur moi ?

Les rapports verticaux entre maîtres et élèves sont évidemment de nature bien différente que ceux, horizontaux, entre rivaux. Pour rendre hommage à Thom, on peut les qualifier de transverses. Ci-après ce courrier:

INSTITUT
DES HAUTES ÉTUDES SCIENTIFIQUES

u 27-8-75

Mon cher Buiton

An cas où vous devriez enlever
le courage, pourriez-vous étudier une
"démonstration" des "conclusions" que je viens
de recevoir ? (Toute ranson de la célébrité...)

Je me suis aussi agité, mais je n'en ai pas le
courage... A bientôt en Octobre

R. Th

Je n'ai pas reçu la démonstration jointe. Une partie de ma thèse avait traité de ce fameux problème des quatre couleurs. Les auteurs de la démonstration avaient bénéficié de la maîtrise de l'outil informatique que j'ignorais. La démarche méthodologique que nous avions suivie était évidemment la même. Le théorème était maintenant démontré, il ne présentait plus guère d'intérêt pour moi. À notre rencontre en Octobre, Thom m'a posé à peu près la question, à qui demander de faire chez Bourbaki un exposé sur cette démonstration ? Ma réponse a été rapide. J'aurais pu lui répondre, « je veux bien le faire », et peut-être était-ce l'une des réponses que Thom attendait. Un exposé chez Bourbaki, c'est glorieux, j'ai voulu faire preuve d'une certaine modestie en proposant le nom d'un collègue « graphiste » Fournier, me disant, vanité par ailleurs, qu'il mentionnerait mon travail. Thom a donc transmis le nom de Fournier à Bourbaki. Fournier n'a pas jugé utile de me citer, sans doute avec raison. Il ignore encore à ce jour totalement ce préambule.

Je place ici ce souvenir au début des années 80, alors que je venais d'être nommé conseiller technique à la DRUI (Direction des Relations Universitaires Internationales). Thom me raccompagne depuis son bureau jusqu'à l'entrée du bâtiment et me gratifie, de manière inattendue et je ne sais pour quelle raison, du titre de « Maître ». J'en reste toujours étonné et mal à l'aise.

Au fur et à mesure que s'écoulaient les années, chacun approfondissait la voie dans laquelle il était engagé. L'une de mes constantes voies était une forme de réflexion critique sur l'activité scientifique, qu'elle soit négative ou positive - elle avait justement éveillé l'attention de Grothendieck à mon égard. J'ai certes contribué à propager les idées principales en arrière-plan de la théorie des catastrophes que Thom avait lancée. J'en ai plusieurs fois parlé par exemple au Portugal où notamment Thom et moi avons été invités de conserve à Lisbonne et à Porto. Cela dit, Thom ne m'a fait aucun commentaire sur l'analyse de la théorie publiée dans la revue « Synthèse » et que Ian Stewart avait fort appuyée. J'ignore également quel fut l'effet discret mais possible sur Thom de mon article « Bifurcation and continuity », publié dans les actes d'un Colloque tenu en 1984 à Peyresq.

Il y avait me semble-t-il un point commun entre Thom et Descartes : leur très vaste culture, et leur tendance à s'emparer, mais intelligemment en essayant de les élargir, de les approfondir, de notions, d'idées rencontrées au cours de lectures, de conversations, mais sans toujours forcément en référer aux ouvrages ou aux auteurs premiers. Thom par exemple connaissait très bien les travaux de l'école russe, cela certes se savait en topologie. C'est ainsi que le lacet de Guelfand par exemple est devenu ce que Thom a nommé « le lacet de la prédation ».

Thom, en ses débuts topologue algébriste, connaissait évidemment les œuvres de Poincaré, et donc ses travaux sur les « formes de bifurcation » : Poincaré, comme le fera à son tour Thom plus tard, évoque le réseau ferré dont le spectacle lui a inspiré la terminologie. C'est à propos de ces bifurcations que Poincaré introduit ce qu'il appelle les « fonctions de forces » et donc, près d'un siècle avant Thom, le déploiement de x^4 . Je ne me souviens pas que Thom ait jamais fait mention de Poincaré ou de Guelfand dans nos discussions ou dans ses écrits. Les ignorait-il

vraiment ? Je ne sais si Thom a lu le petit compte rendu critique sur la version anglaise de son livre très riche « Esquisse d'une Sémiophysique » rédigé pour les *Mathematical Reviews*¹⁶ : des critiques mais aussi un éloge. Je n'y ai pas évoqué les termes de « saillance » et de « prégnance » dont Thom s'est fait le chantre : une manière astucieuse dont il était très fier¹⁷ et très consciemment publicitaire de reprendre la distinction entre forme et fond introduite par les gestaltistes, dont les conceptions et considérations ont joué un grand rôle dans la conception et la mise en place des fondements de son ouvrage. François Perroux, qui eut la chaire d'économie au Collège de France, me dit un jour : « c'est un malin ! ».

Thom déclina mon invitation lorsque j'organisai une petite réception familiale au moment de mon mariage. La route qu'emprunta le petit voyage de noces passait par Chambéry. Jean-Pierre Duport nous y accueillit généreusement. Au cours du déjeuner, il fit part d'une lettre de Thom qu'il avait reçue tout récemment. Jean-

¹⁶ MR1042987 (91e:00002) 00A69 58C28 92B05 92C30, the review for this paper was published on MathSciNet on February 20, 1991. Le genre de ce type de recension ne permettait pas de discuter en profondeur le contenu des textes. Le complément qui accompagne ici ces souvenirs se limite à l'examen des premiers propos tenus par Thom dans son premier chapitre. Aucune analyse complète et sérieuse du contenu de cet ouvrage au caractère spéculatif n'a été éditée. De mon point de vue, l'annexe est sans intérêt, n'apportant aucune intelligence nouvelle au contenu des chapitres qui précèdent.

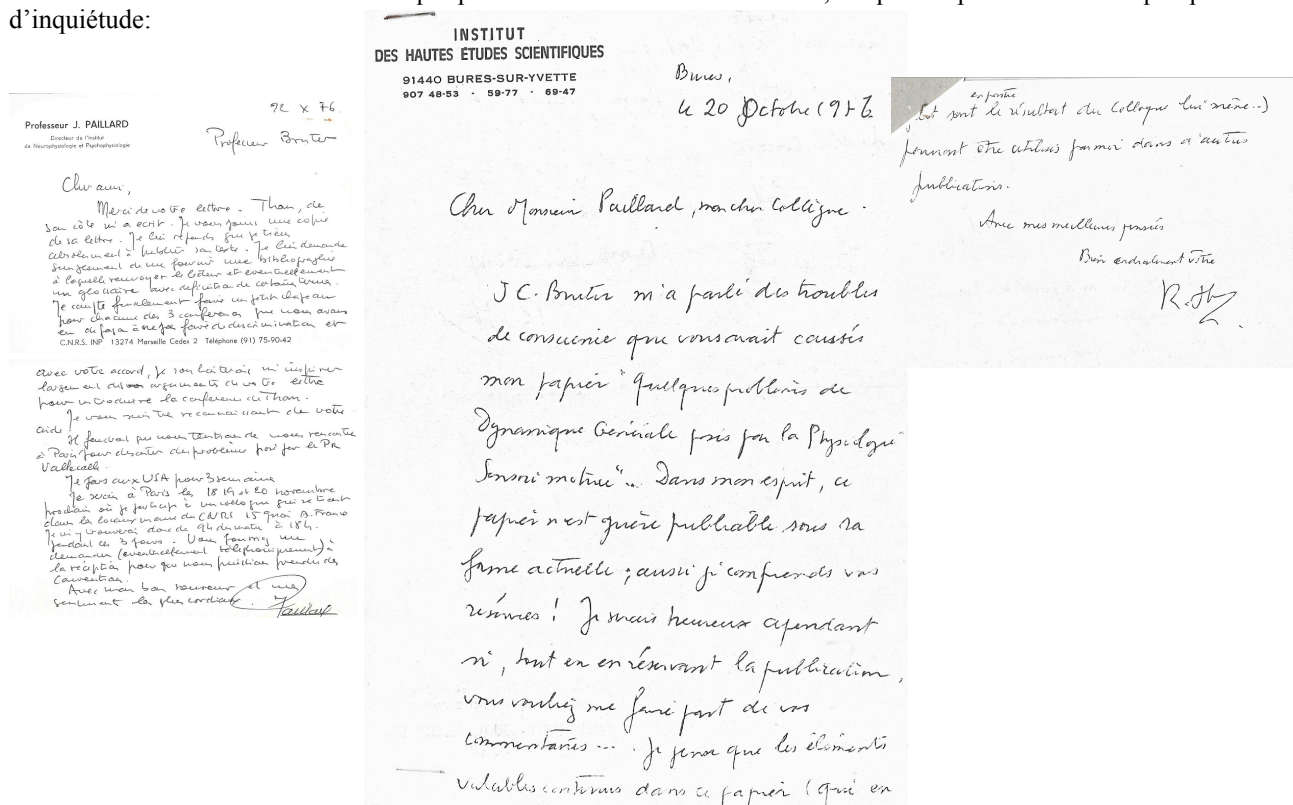
¹⁷ C'est en rougissant qu'au cours de l'une de nos conversations Thom avait parlé de son introduction de ces deux mots, faisant valoir qu'implicitement une telle introduction assure la renommée de l'auteur. Ce en quoi il avait bien sûr raison. Il s'agit en somme d'une découverte. On fait part souvent du nom de celui qui a découvert pour la première fois telle plante, tel animal, etc. On retrouve ici l'importance créatrice de la parole, déjà soulignée par les philosophes hébreux. Je cite par exemple ici ces phrases de Gérard Rabinovitch dans « Philosophie Clinique; Au chevet de l'animal parlant » Hermann, Paris, 2024: « Chaque phrase de la la Création surgit d'une parole divine : « Par la parole de *Yahweh*, les cieux ont faits » (*Psaumes*, XXX, 6). C'est par le langage que le monde parvient à l'existence ». J'ajoute à nos yeux.

Pierre se contenta de me dire : c'est quelqu'un de tourmenté, « déchiré ». Thom a-t-il toujours été ainsi, ou fut-ce plutôt pendant un court moment de sa vie et pourquoi ¹⁸?

En 1990, je suis venu naturellement parler à Thom de mon projet de Parc Mathématique (le projet ARPAM). Je crois bien que j'avais déjà le soutien de Laurent Schwartz et que je lui en fis part. C'était l'époque où se préparait l'ouverture du parc Disneyland-Paris. Thom a-t-il cru qu'il s'agissait d'un projet du même genre, un projet lucratif, ou bien y avait-il d'autres raisons ? Toujours est-il que Thom a décliné son soutien à cette initiative. J'en fus à la fois déçu et peiné pour Thom, étonné qu'une personne de cette sensibilité intellectuelle montre si peu d'attention à un projet culturel à vocation mathématique, les mathématiques, domaine où il avait excellé.

Malgré sa présence en France depuis 1946 (à vérifier), Shih parlait assez mal le français. Comme il l'avait fait pour Lasalle une vingtaine d'années auparavant, Cartan suggéra à Weishu de se rapprocher de moi pour améliorer le niveau linguistique de ses articles en cours de publication. Sans doute, Cartan avait-il

¹⁸ L'une des raisons, sans doute importante, tient au caractère non assuré d'une large partie de son œuvre et dont il était assez conscient (cf sa lettre du 19 Juin 1972). Par ailleurs, la très imposante partie d'entre elle, dévolue à la biologie, à l'embryologie, n'a jamais vraiment été analysée par quiconque, elle reste sans descendance jusqu'à présent. Dans un courrier récent à Alain Le Méhauté, je donne peut-être une raison de cet échec: « Ghys n'est pas physicien, pas plus que Thom. Lequel n'a cessé de critiquer les physiciens, sa formation est littéraire et purement mathématique. Chez les physiciens, les considérations énergétiques, leurs évaluations expérimentales quantifiées, chiffrées, sont des plus importantes, d'où le succès de leurs modèles. Thom ne parle jamais d'énergie, des raisons de la présence et des particularités des trajectoires. D'où le caractère simplement métaphorique des modèles de la TC, de ses représentations en biologie, mais qui présentent néanmoins l'insigne avantage d'apporter souvent de l'intelligibilité. » Ajouté plus tard. Je viens de retrouver un courrier de l'année 1976 que m'avait adressé J. Paillard. Il y avait inclus copie de cette lettre de Thom. Elle montre à quel point - d'expérience dans ses premiers travaux mathématiques par ailleurs - Thom était conscient des faiblesses que pouvaient contenir ses rédactions, et qui ont pu contribuer à quelque forme d'inquiétude:



également davantage à l'esprit que s'instaure entre nous une collaboration scientifique. Shih rencontra beaucoup de difficultés pour que soit acceptés ses résultats sur la résolution des équations aux dérivées partielles analytiques - Thom employait à ce propos le terme de « féodalités ». Sa sœur, Wei Hu Shih, prolongea les travaux de son frère en traitant entre autres de la généralisation d'exemples classiques. Malgré l'opposition de mes collègues de Paris 12, quelques-uns d'entre eux appartenaient à l'une des féodalités évoquées plus haut, afin que Wei Hu puisse terminer ses travaux de thèse, grâce à l'appui de Thom et celle déterminante de Cartan, je pus enfin obtenir pour elle un poste d'Assistante associée dans mon université. Thom, ci-dessous, présida le jury de thèse qu'elle soutint à Perpignan en Mai 1991.



À gauche de Thom, Weishu Shih, à sa droite sa femme Suzanne, puis Wei Hui Shih.



Wei Hui reçoit les félicitations de Chou, notre collègue de Perpignan.

Précédée d'une préface de Thom, je fis publier la thèse¹⁹ de Wei Hui par Hermann en 1992. Y aurait-il un rapport entre cette publication et ce remerciement de Thom ?



Ce n'est certes pas méchamment, tout au contraire, que Thom me dit un jour, je ne sais plus à quel sujet, « Vous êtes naïf »²⁰. Ce propos, sur le coup, a été un choc pour moi : le naïf est plutôt un benêt, une proie dont ne manque pas de s'emparer le prédateur rusé. Or bien des comportements sont faussement naïfs, tout simplement associés à une forme de partage, de générosité, de confiance dans la personne à qui l'on s'adresse. On sait bien que cette confiance est parfois trahie. Cela n'ôte en rien à la qualité humaine du naïf. Etre traité de naïf est plutôt à mes yeux un éloge. L'expérience apprend à se méfier de ceux qui feraient, notamment à l'encontre de certains de leurs concitoyens, à un certain usage du qualificatif naïf.

Thom eut, par exemple à l'Académie, des échanges vifs avec le physicien Anatole Abragam, - dans ses propos Thom s'en prenait tant aux expérimentateurs qu'aux adeptes de la biologie moléculaire. Je fus un jour amené à reprocher à Thom son comportement à mon égard. Il eut cette réponse qui ne surprendra personne : « Je suis très agressif »²¹. Cette agressivité, je l'ai également entendue, dans nos conversations des années 90 bien passées, s'adresser subtilement envers Laurent Schwartz, Pierre Samuel, Georges Kreisel, Chenciner, et les géomètres algébristes: le

¹⁹ Mon exemplaire est entre les mains de Villani. Je le lui remis lorsqu'il prit la direction de l'IHP. espérant qu'il s'intéresserait à cette œuvre.

²⁰ Naïf est celui qui cite Héraclite en tête de son livre (Topologie et Perception), et fait part de son scepticisme face à l'aveuglement de la plupart de ses contemporains à l'existence et aux effets du changement climatique (Sur la Nature des Mathématiques).

²¹ Cf l'annexe 2.

choix constant de leur judéité a fini par me faire craindre en la présence d'une certaine forme d'antisémitisme chez Thom. J'ai fait part de cette crainte à P. Samuel qui s'est employé à me rassurer (courrier conservé). Manifestement Thom s'amusait: ces amusements au caractère malsain, dotés d'un potentiel humain négatif ne m'ont jamais fait sourire. Thom m'a aussi confié ne pas supporter d'être en présence de Lichnerowicz: deux personnalités différentes en effet, l'une très ouverte et accueillante, la seconde moins expansive.

J'ai fini, malgré le plaisir des échanges avec René Thom, par largement espacer nos rencontres. J'avais par ailleurs de multiples activités. Une lettre de François Lurçat datée du 28 Janvier 1996 fait état de cet écart. La réaction suivante a contribué à cet élargissement. Dans ma préface à un ouvrage de Jean Largeault, *Hasards, Probabilités, Inductions* (Vrin, 1979) j'avais évoqué la question de l'éthique²². L'évoquant à nouveau dans l'une de nos conversations une bonne dizaine d'années plus tard, Thom m'a dit à peu près : « l'éthique, je (ou on ?) m(s)'en fous(t) ». Réaction inconsidérée, absurde, et dont la vivacité est révélatrice. Thom a affiché son affinité pour Aristote savant, mais qui, également, a écrit pas moins de 3 livres sur ce thème de l'éthique : le propos de Thom paraît alors largement symptomatique.

Pour moi, le philosophe de référence est Platon, esprit sans doute plus poétique, encore sous l'influence pythagoricienne (théorie des proportions), et dont

²² Voici le passage concerné:

l'épreuve de vérité. Un énoncé faux est instable dans le monde des objets idéels. Il peut parfois, grâce à l'appui d'objets du monde factuel, par la ruse, ou par méconnaissance, persister au cours des âges, et se répandre dans le monde. A long terme, il est pourtant condamné. A travers ces considérations, on débouche sur l'examen des fondements de l'éthique.

Voilà des siècles que le traitement de ce sujet n'a pas été sérieusement repris. Pourtant, la stabilité et le devenir de nos sociétés sont liés aux conceptions éthiques. Il est sans doute parfois plus important de bien conduire une réflexion sur un problème de société que de résoudre un problème de mathématique d'un intérêt probablement secondaire. Les problèmes éthiques concernent au plus haut degré l'évolution de la science. Tous les sociologues de la Science, aussi marxistes soient-ils, en sont probablement intimement convaincus. Mais combien d'entre eux sont-ils capables de s'élever au-dessus des clans et des coteries dont le sectarisme n'a d'égal que l'aveuglement ? Ce n'est pas ici le lieu d'examiner les incidences de telle ou telle conception sur les comportements, les attitudes d'esprit et les choix des savants, ou bien les effets globaux sur les niveaux dans le développement des sciences, et les manières d'appréhender les problèmes. Il suffit de reconnaître que l'énoncé vrai, parce qu'il finit par recueillir l'assentiment général, a tendance à supprimer le caractère destructeur de la rivalité, et contribue à atténuer les effets des violences internes à toute société. La capacité d'activité du groupe, au lieu d'être dissipée de manière absurde en procès de toutes sortes, peut être utilement mise à profit pour l'amélioration des conditions existantes.

Ce progrès ne peut s'accomplir sans le développement et la diffusion de la connaissance, sans une prise de conscience accrue des qualités de notre être, des raisons de nos activités, de la manière de les conduire. Les philosophes jouent un rôle essentiel dans cette réflexion dont l'importance vient d'être soulignée. La présence d'une philosophie ouverte sur les problèmes de fond est révélatrice d'un élan général vers l'acquisition d'un savoir toujours plus étendu et plus sûr.

les préoccupations majeures furent les questions, certes reprises par Aristote dans ses Ethiques, liées à la Justice, au Bien, au Beau.

C'est à l'hôpital de Bligny (Octobre 2002) que je vins une dernière fois rendre visite à Thom. Il était allongé auprès de Suzanne, souriant. Haefliger et un autre mathématicien entrèrent par la suite, Thom reprit des couleurs. Je me suis retiré.

Le faire-part de remerciements que nous adressé Madame Suzanne Thom mentionne le « deuil cruel » qui a frappé sa famille.

Annexe 1

Dans les débuts des années 1970, j'avais rédigé un papier sur la TC que j'avais adressé à « Pour la Science ». Sa publication n'a pas été acceptée, je n'ai retrouvé pour l'instant que cette réponse motivée:

Note 1

Voici mes impressions après une lecture rapide de l'article sur la théorie des catastrophes.

Le style est assez agréable, le plan bien clair et les transitions sont bien amenées.

Il faudra cependant pas mal d'editing, car il y a beaucoup de math dans le texte.

Sur le fond, mon point de vue, un peu "réac", naturellement, est le suivant : une mathématisation d'un phénomène n'a d'intérêt que si elle a une valeur prédictive, c'est-à-dire si on peut en tirer plus qu'on y amène. Je n'ai pas lu la théorie de Thom, probablement très "calée", mais il me semble que le fond de l'histoire est le suivant : dans une situation dégénérée (racines multiples par exemple) tout petit changement levant la dégénérescence peut avoir de très gros effets. Le fait est bien connu, et je ne vois pas ce qu'il y a de nouveau. En ce qui concerne les changements de phase d'un corps pur (où je suis plus à mon aise), j'aimerais comprendre ce que la théorie des catastrophes apporte en plus : on peut parfaitement prévoir l'existence d'un palier de liquéfaction à partir de Van der Waals et du second principe, et tracer la courbe de liquéfac

..../

..../

grâce au premier principe. Ceux-ci me paraissent au moins aussi valables (et plus précis) que le "principe du maximum" et j'aimerais par exemple savoir si la théorie des catastrophes prévoit quelque chose de nouveau dans les phénomènes critiques. Par exemple, quel est l'analogue des fluctuations au voisinage du point critique en linguistique ? ou en cardiologie. Dans ce dernier cas, il me semble que, de plus, les résultats annoncés sont ceux de l'oscillateur de Van der Pol, ce qui n'est guère nouveau.

En résumé, ma question est : à quoi ça sert ?

Mais c'est mon point de vue tout à fait personnel.

Annexe 2

Extrait d'une review pour les Maths Reviews rédigée en 82, ce qui permet de situer un peu dans le temps le propos de Thom énonçant son agressivité.

entry type: j	CMP 14 : 8		
J639 789	(5)	58C	
	MF	00	
Marmo, G. Vitale, B. Quality, form and globality: an assessment of catastrophe theory. (E)(French summary) Fund. Sci. 1 (1980), no. 1, 35 - 54.			
REVIEWER: C. P. Bruter (Bures-sur-Yvette) 4343			

II 58C, 00	APR 15 1982
TOG:	RP
MATHEMATICAL REVIEWS	
REVIEWER : Please use your own judgement to provide 5-character classification(s) according to 1980 Subject Index Classification. (See 1979 or later MR Annual Indexes.)	
5 8 C 0 0 , _ _ _ _ _	
Conventions (use colored pencil): Greek : underline in red Fraktur : print or type roman letter, underline in gr Script : print or type roman letter, encircle in blu Boldface : underline with a wavy blue line **Do not underline for italics.**	

>> PLEASE TYPE WITH ONE SPACE BETWEEN LINES <<

C'est, en définitive, sur les plans psychologique et socio-
logique que cet article présente un intérêt, car, sur la théo-
rie des catastrophes elles-mêmes, il n'apporte rien de fonciè-
rement neuf par rapport aux articles de Sussmann et Zahler (MR
58018) ou de moi-même (MR 58016).

Zeeman sert de bouc émissaire: il faut croire que Zeeman a
commis quelque erreur de présentation qui le font accuser d'é-
litisme. Mais soyons sérieux, la théorie des singularités, par
sa difficulté mathématique, présente un caractère élitiste
qui n'a rien de pathologique ni de déshonorant. Tous les "cata-
strophistes" ont par ailleurs consacré un jour le meilleur d'
eux-mêmes à essayer de rendre la théorie accessible au plus
grand nombre, à en éroder le caractère élitiste. Les auteurs
de l'article auraient dû en prendre conscience.

La réaction un peu à côté mais très vive de Thom montre
qu'il se sent également visé et qu'il est atteint. Atteint sans
doute dans son orgueil quand on l'accuse de rechercher le pou-
voir, atteint dans sa conscience quand on l'accuse de charlata-
nisme; les auteurs se trompent, et l'erreur est telle qu'elle
se retourne contre eux. Car très sincèrement, Thom, à l'esprit
sensible et profond, cherche à créer des représentations et à
comprendre, avec les moyens du bord. Thom a, par contre, le dé-
faut avoué d'être "très agressif"; il doit parfois en souffrir
et commet parfois des erreurs de comportement, regrettables. Mais
sans doute doit-on à cette agressivité, en partie, la théorie

Dr. C. P. Bruter
36, rue de Gometz
91440 Bures-sur-Yvette, FRANCE

If in Russian, check if you consider this article
of exceptional merit warranting translation.
This work has been specially commissioned for
inclusion in MATHEMATICAL REVIEWS, or subsequent
compilations of reviews, in accordance with the ter-
ms of Section 101 of the Copyright Act of 1976.
All rights to this review, including copyright,
belong to the American Mathematical Society.

COMPLÉMENT À LA NOTE 14

AVANT-PROPOS

Retrouvé dans mes « archives », le texte qui va suivre [À PROPOS DE L' « ESQUISSE » DE THOM, un ouvrage que personne n'a analysé et commenté en détail], un brouillon en quelque sorte et dont je donne les premières lignes, rédigé bien avant la publication de mon livre britannique consacré à l'importance de la notion de stabilité. L'introduction à ce texte fait part de mon sentiment d'insatisfaction à l'égard la rédaction de son ouvrage, à commencer par son introduction des notions de saillance et de prégnance, deux notions dont il souligne l'opposition.

Celle de saillance est formellement assez bien définie, assez car Thom écrit qu'un objet saillant, localisé dans l'espace ordinaire, est une « boule », terme qu'aurait dû précéder celui de « topologiquement » - une épine devient une boule par déformation topologique.

Par contre Thom éprouve beaucoup de mal définir la notion de prégnance. Il ne peut en donner une définition formelle. Il les qualifie ainsi: « qualités occultes, vertus efficaces, qui émanent de formes [j'ajoute saillantes] sources et vont investir d'autres formes saillantes en y produisant des effets visibles (effets [qu'il qualifie par ailleurs de] figuratifs.) » Ce manque de précision et de clarté induit un désagréable sentiment de frustration.

Il affirme vers la fin de son premier chapitre que: « L'idéal de la science contemporaine - et du positivisme - est de réduire tout à des saillances, la seule interaction permise étant la collision entre formes saillantes, et d'éliminer complètement les prégnances. » (La science contemporaine à laquelle est faite ici allusion est celle des sciences dites dures: les œuvres des gestaltistes où les prégnances sont très prégnantes n'en font donc point partie).

Thom évoque aussitôt la mécanique quantique²³. « Elle n'y parvient [dit-il] (c'est le cas de la Mécanique quantique) qu'en renonçant à l'intelligibilité, la particule entité saillante et le champ entité prégnancielle étant identifiés [?] ».

Son jugement sur la science de son temps est exagéré: les physiciens, à qui l'on doit la notion et la quête de champs nouveaux, auront vite fait de nuancer la position de Thom.

Par ailleurs la notion d'intelligibilité n'a jamais me semble-t-il fait l'objet de recherches approfondies: qu'est-ce que l'intelligibilité, ses formes d'expression, les manières dont elle se construit, sur quels différents substrats spatio-temporels ? L'intelligibilité de Thom sur tel ou tel sujet est-elle comparable à celle d'Archimède ou de tout autre de ses contemporains sur ces mêmes sujets ? Quelles seront les formes de l'intelligibilité, demain, dans la mesure où les options physiques actuelles seront sans doute mieux approfondies, assimilées, comprises ? Ce n'est pas parce que le

²³ Le second volume consacré à l'œuvre de Thom et publié en 2019 par la SMF contient, rédigée par Valentin Poenaru (pages 539-545), une première critique de certaines considérations de Thom sur la mécanique quantique.

contenu de la Mécanique quantique ne nous est pas aujourd'hui complètement intelligible que les physiciens ne s'efforcent pas avec constance d'effacer ce défaut. L'exemple de la compréhension actuelle du fonctionnement du système solaire, œuvre de siècles sinon de millénaires d'efforts, est là pour rappeler non seulement l'humilité dont nous devons faire preuve, mais aussi pour nous laisser espérer.

Thom note ensuite : « On a cependant en Mécanique quantique la notion de particule d'échange (*exchange particule*) qui est un monstre bâtard de saillance et de prégnance. » S'agit-il vraiment, comme il l'affirme agressivement, d'un « monstre bâtard » ou bien d'un Janus romain qui, selon les capacités, la sensibilité de nos outils de représentations peut apparaître sous la forme d'une saillance ou bien d'une prégnance ? Thom a-t-il été insensible à cet autre « monstre » introduit par De Broglie, la dualité prégnance-onde versus saillance-corpuscule qui s'est avérée si utile pour la représentation du monde physique, et ses applications pratiques ?

Et n'est-il pas ici en contradiction avec lui-même alors qu'il écrit en haut de page : « Les *prégnances* sont des entités non localisées, émises et reçues par les formes saillantes. », ou plus auparavant lorsqu'il donne l'exemple de « La viande, en tant que forme saillante, est également *prégnante* : elle est porteuse de prégnance alimentaire. », ou encore plus auparavant lorsqu'il écrit : « Bien entendu, toute forme prégnante est de ce fait saillante ».

À des degrés et dans des milieux divers, nous sommes tous des bâtards d'autant plus que nous n'avons pas toujours conscience que tout objet saillant est source de prégnances plus ou moins significatives, aux effets plus ou moins importants dans l'espace et au cours du temps.

La question générale de l'origine des prégnances n'est pas posée. J'avancerai que les prégnances sont en général créées par des objets saillants en mouvement - penser à un couple d'aimants créant un champ électromagnétique, à un couple d'amants créant un champ principal de nature sociale et de bien d'autres champs à analyser, autant de « prégnances » que de champs dont les effets se présentent sous la forme de chaînes d'objets saillants, qui sont des singularités plus ou moins « épaissies ».

Thom propose en son second chapitre une première taxonomie des prégnances. Nous sommes ici en présence d'un champ immense de schémas d'évolution à découvrir et à définir avec précision.

À PROPOS DE L' « ESQUISSE » DE THOM

C.P. BRUTER

bruter@me.com bruter@u-pec.fr (supprimée)

1. INTRODUCTION

À travers la distinction entre la forme et le fond, l'éventail des problèmes qui lui sont attachés, l'œuvre des gestaltistes a joué un rôle important dans l'attention que R. Thom a portée à quelques-unes de nos interrogations sur le monde environnant. Feuilletant les premières pages de son dernier livre, « Esquisse d'une Sémiophysique », j'ai éprouvé d'abord un certain mal-être à la découverte de ce qui m'a semblé l'imprécision sémantique de quelques termes qu'il emploie, à commencer par ceux de saillance et de prégnance. J'y ai aussi par exemple lu que « L'expérience première, en toute réception des phénomènes, est la discontinuité. Mais la discontinuité présuppose le continu ». J'ai ressenti là quelque chose d'insuffisant sinon de contradictoire entre ces deux dernières phrases, contradictoire avec la considération de champs d'action qu'il nomme des prégnances.

Ces réactions m'ont conduit aujourd'hui en premier lieu à revenir sur l'antinomie continu-discontinu, à simplement en donner ici un bref et incomplet aperçu historique, conduisant à évoquer l'évidente difficulté que nous rencontrons à la définition et à la reconnaissance physique du bord d'un objet. Comme la présentation de la notion de forme saillante, sa représentation, m'ont laissé quelque peu insatisfait, j'évoquerai ici les questions de la définition et de la caractérisation de ce concept plus large, celui d'objet.

2. À PROPOS DE L'ANTINOMIE CONTINU-DISCONTINU

Nul n'a bien sûr idée de la longueur de la route qui pourrait conduire quelque forme d'humanité à la connaissance intime de l'univers qui nous héberge. Illusion sinon absurdité, « science sans conscience n'est que ruine de l'âme ». Cette recherche de connaissance s'est toutefois affirmée tout au cours de l'histoire de l'humanité, de manière de plus en plus pertinente semble-t-il. Le problème de l'origine du monde, dans tous ses aspects, a hanté l'esprit des hommes, de manière au moins implicite chez les Anciens [].

La lecture des bribes de leurs écrits est passionnante, très insatisfaisante aussi. Ce sont des traductions imparfaites dont nous disposons : que mettaient-ils réellement, nos prédécesseurs, derrière les mots que nous employons aujourd'hui, devine-t-on toujours l'ampleur et la modernité de leurs intuitions ? De l'Antiquité, je retiendrai ici pour les besoins de la cause et pauvrement les noms d'Empédocle d'Agrigente d'une part, de Leucippe et de Démocrite d'autre part. Certes comme d'autres, notamment Anaxagore qui introduit une bonne définition du continu, ces

auteurs font des observations pertinentes, émettent des hypothèses, en tirent des conclusions par le raisonnement. Le contenu de leurs propos, leur vocabulaire et la sémantique qu'ils véhiculent renvoient à des éléments présents dans les écrits philosophiques et scientifiques actuels. Empédocle par exemple, dont l'influence sur Platon est très claire, introduit implicitement la symétrie fondamentale d'ordre 2 à travers la considération du couple de forces attraction-répulsion, amour-haine dans son langage poétique, l'action de ces forces ayant pour conséquences le mouvement et le changement, les diverses possibilités de naissances de composants (« du multiple ») à partir de l'un, et réciproquement la création de « l'un à partir du multiple ». Il réfute la présence du vide qui apparaît chez les atomistes.

La problématique posée par l'antinomie entre le continu et le discret n'a, semble-t-il, été clairement et fortement ré-introduite qu'au dix-septième siècle. Leibniz par exemple [], dans son opposition à Descartes - sa réfutation des atomistes était insuffisante aux yeux de Leibniz - introduit sa *Loi de continuité* et s'oppose à l'existence de sauts (comme ceux qui pourraient apparaître à la suite de chocs de « corps durs » : « On franchirait d'un bond tous les cas intermédiaires, ce qui est absurde »).

La vision atomiste du monde a été encouragée par les travaux de quelques physiciens du dix-neuvième siècle. Ils se sont attaché à étudier une première description idéalisée d'un monde physique alors observable, peuplé de corpuscules très petits pour un temps indiscernables quant à leur forme par exemple, assimilables à de petites boules dures de diamètre très petit, et aux mouvements erratiques. Clausius et Boltzmann sont les représentants parmi les plus célèbres de cette école. Mais au tout début du 20^{ième} siècle, la plupart des physiciens, Planck y compris, ne croyaient pas aux atomes, le substrat du monde était continu.

L'introduction réussie, par Planck puis par Einstein (en 1905), de l'hypothèse de quantas d'énergie, présents dans la lumière sous forme alors de grains dénommés photons, ont contribué à changer la donne. Ses propres observations et références tant en physique qu'en mathématiques ont conduit Jean Perrin (prix Nobel de physique en 1926) à publier en 1913 un livre très lu, intitulé *Les Atomes* []. Le contenu de ce livre a sans doute contribué à entretenir dans certains milieux les positions et la discussion ouverte sur l'antinomie possible entre continu et discontinu. Je livre en annexe la totalité de la préface rédigée par Jean Perrin pour son livre. On notera sa prudence. Il écrit simplement : « Nous n'avons absolument aucune présomption qu'en allant plus loin on atteindrait enfin « de l'homogène », ou du moins de la matière où les propriétés varieraient continûment d'un point à l'autre. »

Qu'entendait-il par « homogène » et par « continu » ? Pour ce qui est de ce dernier terme, il a manifestement en tête la définition que lui donnent les mathématiciens, une définition aujourd'hui en termes de voisinages et donc purement spatiale. Une définition en parfait accord avec ce qu'écrit Perrin à son sujet: « En sorte que la notion du continu résulte d'un choix en somme arbitraire de notre attention parmi les données de l'expérience. »

Une attention portée seulement sur les relations spatiales.

Il écrit « homogène » entre guillemets, ce qui traduit son ignorance sur la nature proprement physique du milieu sous-jacent à celui qu'il peut, avec ses collègues, observer à l'époque. Il n'affirme pas qu'on pourrait, à l'infini, apercevoir et même qu'existeraient des strates formées de grains de plus en plus ténus.

L'attitude de Perrin semble donc modestement pragmatique, mais basée sur une aperception corpusculaire du monde physique.

Or ce monde, s'il est un univers certes spatial, est aussi imprégné de cette entéléchie leibnizienne qu'on appelle *énergie*, dont on dit qu'elle peut être également noire. Elle se déploie à travers des champs de forces et des modes d'interactions, se « cristallise » peut-être partiellement, on ne sait trop comment ni sous quels principes ni pour quelles raisons, en singularités-particules dotées d'un potentiel d'action ayant au moins la valeur de la constante de Planck.

Une image très simpliste, trop élémentaire, inexacte mais vivement colorée, suggérée par l'observation de la réalité physique de son environnement immédiat, aurait pu germer dans l'esprit de quelque astrologue royal : un océan primordial (?), agité (pourquoi, comment) par le mouvement d'ondes multiformes (d'origine ?), se déploie en vagues majestueuses dont les sommets aiguisés se brisent en multiples fines gouttelettes, très diverses, assemblées de nos particules plus ou moins stables.

Cette œuvre offerte²⁴ par une radio japonaise illustre à merveille le rêve de notre astrologue :



Ondes japonaises

²⁴ Ce cadeau m'a été fait à demande du mathématicien et ami Valentin Poenaru, je suis heureux de pouvoir ici le remercier à nouveau. L'œuvre a mystérieusement disparu de la pièce où elle était placée. Une chercheuse, logée un temps assez court dans cette pièce, l'aurait-elle emportée par mégarde ?

Si le modèle dit standard décrit avec précision l'organisation de ces ensembles de singularités-particules, d'*homéomères* aurait dit Anaxagore, une des grandes pierres d'achoppement reste la disjonction inexpiquée entre la gravitation et les autres types de force.

Les progrès futurs ne peuvent bien sûr venir que des progrès de l'explication associés aux progrès tout à fait considérables dans l'observation, comme par exemple ces derniers: la description fine des compositions et des comportements de molécules bien choisies fait apparaître le rôle important joué par les propriétés topologiques des agencements des composants. Mais également, le début de la maîtrise physique des sauts quantiques qui pourrait déboucher sur un approfondissement de la théorie quantique elle-même²⁵; on pourra lire à ce sujet **the life-or-death quantum jump is not quite instantaneous after all** (« The experimental results demonstrate that the evolution of each completed jump is continuous, coherent and deterministic. ») et **physicists working on quantum computers**.

Le monde physique sous-jacent au monde actuellement observable, ce monde particulier sera dit, par convention, « *physiquement continu* »²⁶, une expression dotée d'un flou sémantique. Il est distingué du monde simplement purement spatial et abstrait qui serait correctement décrit par le continu mathématique bien défini, alors dénommé le « *continu spatial* ». Au sein de ce continu spatial se trouvent immergés une multitude d'ensembles discontinus, dont les éléments sont parfois analogues à ces fameux atomes.

On sait l'influence que Perrin a eu sur Benoît Mandelbrot (B.M.) []. Il suffit de relire la préface des *Atomes*, on y retrouve avec amusement l'allusion aux côtes de Bretagne. Les travaux de B.M. sont de nature probabiliste: les effets des interactions entre les éléments des tribus diverses ne sont pas analysés, ne sont pas pris en compte, nous restons dans un univers brownien. Ce que B.M. a ajouté, c'est la considération de l'auto-similarité dans la description d'un certain nombre de faits de la Nature, il l'a fait autour des années 1965 me semble-t-il.

Dans quelle mesure cette auto-similarité est-elle générale, quelle peut-être la raison de sa présence ?

Pour répondre à la seconde question, je ferai appel à ce que je considère comme une hypothèse, déjà exposée par exemple dans [] [], et présentée sous la

²⁵ Cf ce que j'écrivais sur ces fameux sauts dans le tome 1 de *Topologie et Perception*, page 47.

Par ailleurs, dans les expériences faites en utilisant les fentes de Young, tient-on compte des effets de l'illumination des appareils nécessaire pour faire les observations ?

²⁶ Puis-je ici citer Leibniz. Dans sa Préface aux **Nouveaux Essais sur l'Entendement humain**, il écrit « Il faut concevoir l'espace comme plein d'une matière originairement fluide, susceptible de toutes les divisions et assujettie même actuellement à des divisions et subdivisions à l'infini, mais avec cette différence pourtant, qu'elle est divisible et divisée inégalement en différentes endroits à cause des mouvements qui y sont plus ou moins conspirants. »

forme d'un axiome, dénommé le « Principe de Platon ». Elle a de fortes conséquences que je présenterai dans un livre à venir. En voici l'énoncé :

« Tout objet s'efforce de maintenir la stabilité de son « Moi » à travers l'espace et à travers le temps ».

On notera que l'emploi de cette hypothèse va dans le sens de la démarche explicative suggérée par Jean Perrin dans sa Préface: *« expliquer du visible compliqué par de l'invisible simple »*. Un point de vue moderne faisant appel aux mêmes termes que celui, plus commun, d'Anaxagore : *« ce qui est visible ouvre nos regards sur l'invisible »*, et proche de celui d'Héraclite : *« L'harmonie invisible vaut mieux que celle qui est visible »*.

Dans la première partie de *Topologie et Perception* [], j'ai énoncé cette

OBSERVATION MÉTHODOLOGIQUE 1 (OM 1) : *La Nature procède par analogie : elle se plaît à répéter, parce qu'ils ont déjà fait leurs preuves, processus, organisations, schémas, techniques déjà mis en œuvre.*

Elle est manifestement une forme particularisée d'expression de l'axiome précédent: il n'y a pas répétition sans quelque forme de stabilité. L'énoncé de l'auto-similarité invoquée par B.M. entre tout à fait dans le cadre de cette observation. Est présente dans la sémantique des termes « répéter » et « auto-similarité » la notion de récurrence, et la présence de la récurrence est la conséquence d'une stabilité sous-jacente effective.

Un objet O étant donné, on suppose qu'on peut le caractériser par deux types de propriétés, éventuellement mesurables: celles s_j dont la variation affecte sa structure, et d'autres k_i sans effet sur cette structure. On conviendra de dire qu'il *récurrente absolue* ou *invariance* entre deux objets O_n et O_{n+1} observés aux dates n et $n+1$ si toutes les propriétés et leurs valeurs sont les mêmes en ces deux dates. La *récurrente* sera *totalement structurelle et dynamique* si les propriétés et les valeurs attachées aux s_j sont restées invariantes. Elle sera *partiellement structurelle* si seules certaines s_j et leurs valeurs sont restées invariantes. En cas de *récurrente absolue*, l'objet est totalement stable, il est partiellement stable dans les autres cas. Une *récurrente* totalement structurelle sera *partiellement fractale* si les valeurs associées aux k_i à la date n sont supérieures ou égales à celles évaluées à la date $n + 1$; si elles sont toutes supérieures, la *récurrente* sera *proprement fractale*.

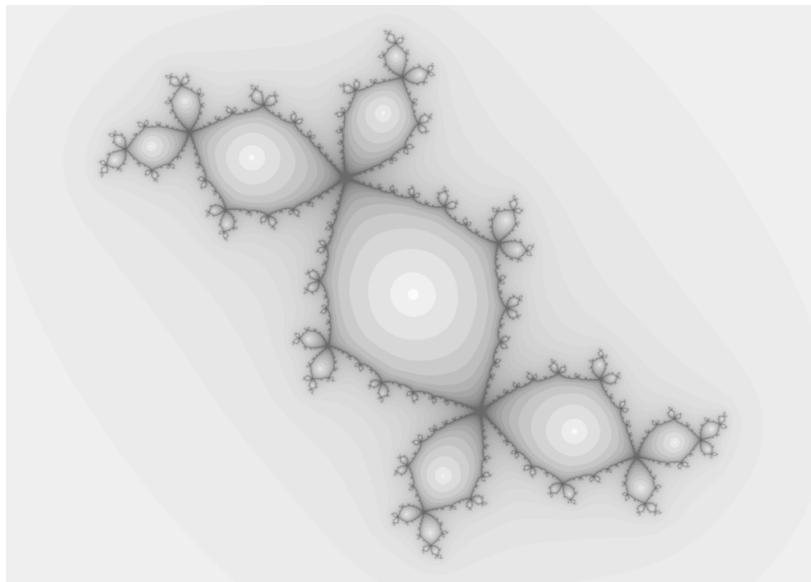
S'il est un phénomène frappant, c'est bien celui de la présence du phénomène de la récurrence dans l'anatomie et dans la construction du corpus mathématique. Il n'est que de lire les axiomes de base des différents chapitres des mathématiques pour s'en convaincre. Un exemple très simple très frappant est celui de la construction des nombres par extension ([],[]): une procédure qui fait réfléchir car cette construction n'est pas étrangère à l'homme, qui au contraire s'implique dans la construction en décidant a priori l'existence de nombres nouveaux, alors formellement bien définis.

Un autre exemple élémentaire est celui de l'écriture des fonctions et applications en séries polynomiales, en séries de Fourier, ou encore selon leur développement de Taylor : dans le cas le plus simple, pour des valeurs convenables du module de x et du coefficient $\frac{a_n}{n!}$ le terme général du développement polynomial

de $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{n!} x^n$ diminue régulièrement avec n . Dans ces exemples le caractère fractal de la récurrence est évident.

Si le caractère récurrent et fractal est également bien apparent lorsqu'on observe certaines morphologies maintenant bien répertoriées, on ne saurait oublier que l'on est en présence d'un regard d'ensemble, d'où est absente la compréhension des données locales qui ont présidé à la naissance, au développement, à l'implantation de ces morphologies dans leur environnement. D'autres concepts, singularité, bifurcation, permettent d'aborder ces questions et d'introduire de l'intelligibilité dans ces phénomènes.

Bien évidemment, l'observation méthodologique énoncée plus haut est à préciser, de même que les mécanismes créant de l'auto-similarité. Auto-similarité entre quoi et quoi ? Si l'on se réfère à des exemples connus et simples, les côtes de Bretagne, les lapins de Douady :



(regarder le youtube <https://www.youtube.com/watch?v=JttLtB0Gkdk>)

on voit que l'auto-similarité est définie entre des parties bien définies d'un objet. On est donc confronté d'abord à la définition de l'objet, à celle de ses parties, aux différents procédés éventuels pour les reconnaître, les construire. La très importante diversité des cas laisse pantois.

Notons ici qu'en arrière-plan se pose le problème plus général de la décomposition d'un univers en sous-univers dotés des mêmes propriétés, ou de manière plus raffinée, en propriétés voisines qui évoluent d'un sous-univers à l'autre. Pour reprendre une terminologie utilisée dans un cadre mathématique particulier, appelons-le le problème de la stratification des univers. Le cas précédent de l'auto-similarité mathématique correspond à une *stratification* que l'on pourrait qualifier d'*absolue*, associée à une forme parfaite de stabilité. La décomposition globale de notre univers en règnes plus locaux, ceux du physique, du chimique, du biochimique, du vivant, correspond au contraire à une *stratification évolutive*. Je n'entrerai pas ici dans le foisonnement des questions, notamment sur des raffinements dans des définitions formelles et précises de la stabilité, qui apparaissent à propos de tels stratifications.

L'image précédente est une matérialisation de ces lapins formels, plongés dans l'univers continu mathématique de dimension 2, un plan. C'est ici que l'on se pénètre de la différence entre l'univers mathématique et l'univers physique: on ne peut parvenir à la représentation matérielle de cette idéalité qu'est le bord mathématique de l'objet.

On me pardonnera peut-être de répéter ici quelques vérités de Monsieur de la Palice. Le bord d'un objet matériel quelconque, obligatoirement plongé dans le continu physique, nous est encore peu accessible. Il est vraisemblable que le bord de la molécule située au bord de l'objet comprend, dans une vision sans doute réductrice, nombre d'électrons qui réagissent avec, entre autres et probablement, les photons qui peuplent une part importante de l'environnement de la molécule: c'est là tout un domaine sur lequel l'observation fait encore défaut, ainsi que par conséquent sa représentation précise physique et mathématique. Les notions mathématiques d'ouvert, de fermé et d'adhérence par lesquelles est défini le bord d'un objet mathématique ne représentent pas en profondeur la réalité physique.

Ce genre de difficultés entraîne celle d'une recherche d'éventuelles propriétés générales des bords, tant sur le plan formel et physique, et qui leur seraient propres. De ce point de vue, si l'on considère que, pour des raisons de stabilité profonde, les règnes bio-chimique, biologique sont des manières de déploiement de l'univers physique, l'examen plus facile du bord géographique d'une société humaine peut présenter quelque intérêt. Je renvoie ici à l'annexe 2, un extrait du troisième tome de *Topologie et Perception* [].

3. La notion d'objet

Elle fait partie de ce que j'appelle avec le mathématicien Arnaud Denjoy, les Idées-Mères. Le terme objet (cfr []) est pris ici dans le sens très général que lui attribue Lucrèce, celui de *res*: les choses et événements matériels ou non, et donc par exemple les idées, les concepts, les énoncés.

L'IDÉE D'OBJET (OU DE CHOSE)

La sensation est immédiate, le fait est aussi évident qu'élémentaire: nous sommes entourés d'objets. Le terme « objet » est pris ici dans le même sens que celui du terme « *res* » employé par Lucrèce, traditionnellement traduit par « chose »²⁷ en français. Le latiniste Pierre Vesperini [] décrit ainsi les *res* : « Les choses, les *res* dont parle le poème ne sont donc pas seulement les choses « physiques » (pierre, feu, etc.) mais aussi tout ce qui « se passe », tout ce qui littéralement « a lieu » ... ». L'auteur enfonce le clou plus loin: « De la sorte, ce sont toutes les *res* qui sont énoncées dans le poème: choses du ciel, de la terre, de la mer, des enfers, des villes, des forêts et des campagnes, récits mythologiques, grands évènements de l'histoire humaine, institutions politiques et religieuses, arts et techniques, maladies du corps et passions de l'âme, animaux, plantes, phénomènes étonnants, lieux mémorables de la terre habitée. »

Quelques premiers exemples modernes illustrant la signification du terme « objet » dans le sens où il sera employé ici:

Le nombre d'objets, des différents types d'objets est a priori infini. La désignation de chacun d'eux dans une langue particulière introduit la notion de relativisme culturel: tout nom attaché à la désignation d'un objet dans un monde culturel donné est enveloppé d'un halo sémantique attaché, propre à la culture dans laquelle il apparaît. Comment être assuré que deux personnes de culture différente interpréteront de la même manière les noms attribués à un même objet dans chacune de ces cultures ? S'entendre sur les caractéristiques essentielles des objets, faire en sorte que la définition de chaque désignation comporte l'énoncé au moins implicite de ces caractères communs facilite alors la communication en toute clarté et sûreté.

Par ailleurs, devant l'infinité d'objets rappelée ci-dessus, l'introduction de classifications est nécessaire pour essayer d'éviter la noyade au sein de ce monde infini.

Le procédé de classification qui sera employé sera basé ici sur les propriétés si possible les plus profondes des objets, à savoir notamment les éléments constitutifs de leur génération, leurs modes de génération. La connaissance de ces données pourra également servir de matériau pour établir le contenu des définitions des désignations. Les idées-mères qui vont suivre seront les premiers éléments favorisant l'acquisition et le développement de cette connaissance. L'ordre dans lequel elles sont introduites ne saurait être quelconque, elles suivent un ordre temporel par principe, selon le moment où elles furent mises en évidence et acceptées par la communauté

²⁷ On notera avec intérêt la ré-introduction du terme « chose » dans les écrits de certains physiciens. Voir par exemple G.F. Chew dans son ultime article du 11 Février 2019 *Chiral-Electromagnetic Gravitational Theory of Every 'Thing' Evolving Gelfand-Dirac Hamilton-Riemann Quantum Cosmology*. (Source : Academia, 20 Avril 2019). Les « choses » de Chew sont beaucoup moins générales que celles de Lucrèce: elles ont une masse. Chew lui-même se considère comme une « thing ».

scientifique, les premières énoncées étant liées au plus profond de l'architecture et du fonctionnement de notre personne.

Ci-après quelques-uns des éléments, a priori liés les uns des autres, qui participent de la classification des objets; ils permettent d'abord de préciser l'objet A et de le caractériser:

- 1) par exemple par ce qui lui a donné naissance, son mode de création, son histoire
- 2) par sa composition en un moment précis t ($\mathcal{K}(A(t))$ désignera l'ensemble des objets $K_{i,A(t)}$ contenus dans $A(t)$ et le composant)
- 3) par sa localisation, par le domaine $D(A(t))$ de l'espace-temps qu'il occupe à chaque instant, ainsi que ceux de ses composants
- 4) Une quatrième façon de le caractériser sera de prendre en considération son pouvoir de changement qui peut s'exercer sur la totalité objets de son environnement. Tout objet A est en effet cause de changements possibles, et tout changement de A est le fait d'un autre objet ... au moins. Les potentialités de changement et d'action sur son environnement caractériseront ce qui sera appelé au chapitre IV le « Moi » de l'objet.
- 5) derniers éléments caractéristiques de l'objet, mais non des moindres, tous ceux associés à ses propriétés de stabilité, les fondements de ses capacités propres à changer, à évoluer.

4.5 Peut-on préciser les propriétés d'un changement ?

En tant qu'objet, la description d'un changement γ de l'objet A relève des cinq caractéristiques générales qui apparaissent au chapitre II sur les objets.

Un tel changement a toujours une cause au moins: ce changement est exercé quelquefois par un seul objet B , plus généralement par une famille d'objets $\mathcal{F}(\gamma)$. Sa description, sa connaissance font évidemment partie des éléments nécessaires à la description de ce changement.

On note par $\Gamma(B \rightarrow A)$ l'ensemble des changements que l'objet B est susceptible d'accomplir sur l'objet A , par $\Gamma(K_{j,B} \rightarrow K_{i,A})$ l'ensemble des changements que l'objet-composant $K_{j,B}$ peut exercer sur l'objet composant $K_{i,A}$.

Les objets A et B étant localisés, il en est donc de même de γ .

Par cette localisation, il semble que tout changement puisse, in fine, se « réduire » à la considération d'une chaîne en général très complexe de changements de nature spatiale, accomplis sous l'effet des forces locales. Ils permettent alors de conduire à une représentation géométrique du changement initial.

Le caractérise également la force locale qu'il exerce. En voici une approche locale élémentaire.

On supposera dans un premier temps qu'il n'y a qu'un changement possible et que ce changement est purement spatial. Pour alléger les notations, on remplace ici $K_{i, A}$ par A et $K_{j, B}$ par B .

On suppose que le bord $B_{\ell}(A)$ à l'instant t du domaine occupé par A ne possède qu'un nombre fini

de singularités, de sorte que le domaine de A en chacun de ses points non singuliers $p = (p_a = x, p_b = y, p_c = z)$ admet un espace tangent dont (a, b, c) sont les directions locales de référence.

On peut concevoir plusieurs façons de représenter le changement de A sous l'influence de B . Par exemple, $\gamma_{B,t}(p) = p(t)$ est le résultat du changement imprimé par B au bout du temps t en ce point initial p de A . On doit bien sûr prendre en compte, dans l'écriture complète de la fonction γ , tout le jeu des paramètres qui pèsent sur son comportement, représentant l'influence de tous les facteurs de l'environnement de B . Pour alléger l'écriture, on ne les fait pas apparaître dans la présentation de $\gamma_{B,t}$.

- On se place dans la situation où, pour une certaine valeur t_f de t , le changement a pris fin de sorte que p a été déplacé en p' : alors on convient d'écrire $\gamma_B(p) = p'$ et l'on décide de considérer le carré de la distance $|p - p'|$ comme une évaluation du travail local accompli pendant le changement considéré.
- Cette évolution locale est précisée par la valeur de l'opérateur différentiel

$$D = a D_a + b D_b + c D_c$$

de sorte que $D \gamma_{B,t}(p) = (a \partial x / \partial t + b \partial y / \partial t + c \partial z / \partial t)$ calculée au point $p(t)$.

Les directions (a, b, c) étant choisies de sorte qu'elles forment un repère orthogonal, le produit scalaire (pour cette métrique euclidienne) de l'opérateur D par lui-même a pour valeur:

$$D^2 = D_a^2 + D_b^2 + D_c^2$$

Appliqué à γ selon la règle de Heaviside

$$D^2 \gamma = (D_{\gamma,a}^2 = \partial^2 x / \partial t^2 + D_{\gamma,b}^2 = \partial^2 y / \partial t^2 + D_{\gamma,c}^2 = \partial^2 z / \partial t^2).$$

Pour comprendre la signification physique de cette expression, on peut revenir au cas simple introduit par Newton dans le cas d'une évolution dans un espace à une dimension: de manière intuitive physique, on saisit que l'accélération locale en x , la dérivée seconde $\partial^2 x / \partial t^2$, est causée par la présence de la force locale en x . La valeur de cette force étant proportionnelle à la valeur de l'accélération, le facteur proportionnalité est tout simplement la masse m de l'objet accéléré.

Dans la mesure où la valeur de la masse est indépendante de la direction dans laquelle est évaluée, $m D^2 \gamma$ calculée en $p(t)$ donne une certaine évaluation de la force exercée en $p(t)$.

D'autres considérations sur le changement apparaîtront dans le chapitre V.

