Symétrie, économie et inflation

C.P. Bruter

Cet article comprend deux parties. Dans la première, on constate que la considération sur les symétries n'est pas en général pertinent en économie, et l'on s'interroge sur les raisons de ce fait. Une illustration de ces raisons est donnée dans une analyse du phénomène de l'inflation, et constitue la seconde partie de l'article.

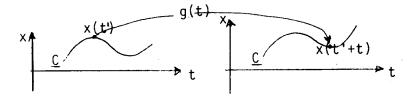
This article comprises two parts. In the first, we notice that the taking into account of symmetries is not pertinent in economics, and the reasons for this are being investigated. These reasons are illustrated by analysing inflation. This analysis constitutes the second part of the article.

Avant d'examiner la question de l'existence de symétries en économie, il convient de rappeler que les considérations sur les symétries n'ont d'intérêt et n'acquièrent de vertu opératoire qu'à travers la prise en compte des groupes associés à ces symétries.

On s'intéresse souvent, en mathématiques, à transcrire des règles d'évolution de manière à prédire des comportements. Dans

nombre de cas, ces évolutions sont définies par des groupes de transformations, et d'une manière générale, tout groupe doit être conçu comme un groupe de mouvements. Par groupe on désigne en fait un ensemble de déplacements qui se composent entre eux selon des règles bien spécifiées. On peut composer les déplacements g et g' pour obtenir un déplacement global g": g'o g = g". La loi de composition est associative: (g''og')og = g''og'og. Il existe un déplacement \hat{g} , neutre pour cette loi: $\hat{g}og = g$ $\hat{g} = g$. Enfin, par rapport à ce déplacement neutre, tout déplacement g admet un symétrique g^{-1} , tel que $gog^{-1} = g^{-1}og = \hat{g}$.

Ces groupes peuvent être discrets ou continus: l'étude de ces derniers ayant été entreprise par S. Lie à la fin du siècle dernier, on appelle aussi groupes de Lie les groupes continus. Parmi les groupes discrets, il convient de citer, parmi les plus élémentaires, les groupes de permutations. Parmi les groupes continus, les groupes continus de transformations à un paramètre sont fréquemment employés. Considérons dans le plan (x,t) la courbe d'évolution C d'un indicateur économique, dont la valeur à l'instant t est x(t). Définissons maintenant une application d'évolution g(t), qui envoie C sur C, en faisant correspondre à chaque point x(t') de la courbe source C l'évolué de ce point au bout du temps t, x(t' + t) sur la courbe image C:



On a donc par définition g(t)(x(t')) = x(t'+t). L'ensemble des applications g indicées par le paramètre temporel t, avec pour loi de composition, la composition ordinaire des applications de manière que $g(t) \circ g(t') = g(t+t')$ forme bien un groupe d'élément neutre g(0).

La question qui se pose maintenant à nous est de savoir s'il existe ou non, dans le domaine économique, des symétries et des groupes de symétries aisément identifiables, et d'envisager l'usage qu'on en peut faire.

A priori ce projet semble voué à l'échec, si l'on en croit les grands théoriciens de l'économie. La notion de symétrie ne semble pas en effet pertinente dans cette discipline, car si jamais le terme de symétrie apparaît sous la plume des auteurs reconnus, on ne trouve aucun développement portant sur ces symétries occasionnelles. De plus, les formalisations mathématiques classiques à ambition économique ignorent elles aussi dans leurs fondements l'existence de symétries ¹. On peut s'interroger sur les raisons de cette absence : est-elle due à une insuffisance dans l'analyse économique, à un défaut de formalisation, ou à quelque raison plus profonde?

La présence de symétries suppose l'existence d'objets porteurs de propriétés de même nature, de manière à pouvoir comparer celles-ci entre elles, et, par l'intermédiaire de transformations économiques ou physiques, à les composer les unes avec les autres. Or, nombre d'objets économiques échappent à ces conditions, à moins de s'en tenir à des considérations bien élémentaires : comment comparer en effet une motte de beurre à un poste téléphonique? Par la forme, la composition, l'usage? La somme des connaissances nécessaires à leur fabrication respective est-elle un critère opérationnel? La quantité d'énergie dépensée pour produire un exemplaire de chacun de ces deux objets est-elle un élément de comparaison significatif et facile à évaluer? La température à laquelle ils perdent leur identité et leur fonction mérite-t-elle d'être prise en considération? Leur encombrement, leur poids, leur coût de fabrication, leur prix de vente hors taxe sont des éléments de comparaison mesurables que l'on peut retenir mais qui expriment, de manière bien grossière, le savoir-faire accumulé pour réaliser, diffuser et vendre nos deux objets, l'importance et la diversité de leurs usages.

L'économie classique tend à ne considérer que ces deux indicateurs primaires que sont quantités physique et monétaire, et qui agrègent, de manière plus ou moins acceptable, une multitude d'autres propriétés. Si la raison pratique impose ces approches élémentaires, la raison théorique n'y trouve pas son compte. Elle doit cependant, dans sa démarche analytique du global vers le local, se pencher d'abord sur les aspects globaux de l'activité économique, et se plier aux exigences quotidiennes. Le théoricien qui se complait dans les espaces à grands nombres de dimensions, par souci de généralisation, par fatuité, ou par souci de réalisme, ne peut oublier, au nom même de ce réalisme, qu'en définitive, l'esprit humain a été conditionné, par un apprentissage millénaire, à projeter les données multidimensionnelles sur des espaces de dimension faible, trois au plus. L'analyse du langage témoigne de ce fait d'une façon dénuée de toute équivoque. D'où il résulte que dans les espaces symboliques ou écran employés pour la représentation quotidienne des objets et des phénomènes, la dimension de l'espace des variables d'état est faible, quelle que soit l'importance du nombre de variables de contrôle.

Res, non verba. Les faits économiques reposent sur des faits physiques, physiologiques et affectifs. En premier lieu nous trouvons l'existence de ressources localisées dans l'espace-temps, et de diverses opérations de transformations spatio-temporelles sur ces ressources. Les symétries de base possibles sont donc d'abord celles des localisations des ressources: ces symétries sont rares. Elles peuvent jouer un rôle positif dans l'optimisation de l'organisation du travail et des coûts de transport. Supposons que deux régions 1 et 2 aient des ressources dans le même produit A. La comparaison de la puissance économique de ces régions par rapport au produit A s'établit en première approximation à l'aide de la quantité

$$\mathbf{w}_i = \mathbf{p}_i \mathbf{q}_i$$

où p, et q, sont respectivement les prix et les quantités de produit A dans la région i, étant supposé que p, donne le reflet complet et exact de toutes les qualités du produit A, des difficultés à le produire et à le transporter. Dans la mesure où ces deux régions sont en concurrence, elles paraîtront d'égale puissance et donc symétriques à un tiers observateur si $w_1 = w_2$: dans ces conditions, le tiers pourra remplacer sa consommation de produit A originaire de la région 1, en ce même produit originaire de la région 2. On voit ici comment pour la première fois la symétrie peut jouer un rôle intéressant du point de vue économique : dans la possibilité d'opérer des substitutions d'objets économiques. Si n est le nombre de ces derniers, pour autant qu'ils soient unis par l'utilisation sur un pied d'égalité, s'introduira dans la fonction de consommation de l'agent économique une invariance de sa valeur par rapport au groupe de permutations G_n. Des bifurcations dans le comportement de consommation apparaîtront en même temps que les ruptures de symétries induites par les destructions des égalités entre les quantités w_i, mais conservant des invariances par rapport à des sous-groupes de G_n.

113

L'équilibre au niveau de situations comparables est, en économie comme dans les autres domaines de la science, exprimé par des égalités de bilans. Supposons que soient vérifiées les égalités physiques :

production = vente + stock + rebuts vente = demande enregistrée

(On distingue la demande enregistrée de la demande vraie, égale à la somme de la demande enregistrée et des vols divers). Dans ces cas, il est parfois possible d'établir des modèles locaux de l'évolution économique (un modèle local est donc un modèle qui ressort de la microéconomie). La symétrie entre quantité vendue et quantité enregistrée par les caisses comptables permet d'associer à ces quantités un système de nombres à une unité, soit l'ensemble des entiers naturels si l'on considère que les quantités sont discrètes, soit l'ensemble des rationnels ou des réels si l'on se permet de plonger les quantités précédentes dans des ensembles continus : on conviendra par exemple que x positif représente une vente, x négatif une demande enregistrée.

L'autre relation d'égalité portant sur l'emploi des quantités produites se prête moins à une telle représentation numérique du fait de la rupture de symétrie introduite par l'éclatement du second membre de l'égalité en trois termes. On peut cependant utiliser l'artifice général du centrage par rapport à des valeurs moyennes, introduire une valeur moyenne de production, de vente, de stock, de rebuts, de sorte que les valeurs numériques des différentes quantités pourront prendre des positions symétriques par rapport à ces valeurs moyennes.

Les égalités que nous avons posées doivent être précisées dans la mesure où l'évolution des quantités correspondantes ne porte que sur une période temporelle bien définie. Il est préférable d'écrire ces égalités de la façon suivante:

(vente); = (demande enregistrée);

Les opérations de bilans monétaires sont pareillement établis sur des périodes données, et la manière dont on passe localement d'une valeur à l'instant t à une valeur à l'instant t + dt est le résultat des

multiples opérations entreprises sur le marché et au sein de celui-ci. Certaines des transformations peuvent, localement, être considérées comme réversibles; la plupart ne le sont pas: on ne peut reconstituer une motte de beurre après l'avoir fait fondre dans la poële. Cette irréversibilité que recouvre la notion d'asymétrie, rend souvent fictive l'introduction de groupes de transformations: n'existent principalement dans la réalité que des demi-groupes ou des pseudo-groupes d'évolution. Mais il n'est pas inutile de plonger ces structures dans d'autres plus vastes et plus régulières, où l'on peut travailler avec plus de facilité sans que rien ne soit modifié quant à la conclusion finale - ce type de méthode a largement fait ses preuves en mathématiques. Il peut être du plus grand intérêt de repérer les situations en lesquelles des évolutions locales cessent d'être réversibles : en ces situations g(t) possède une signification concrète, mais g(-t) n'est pas réalisable, même si cette opération est formellement concevable. Faire l'inventaire et l'analyse des situations de non-retour est sans aucun doute une des tâches difficiles des économistes futurs.

Nous proposerons la conjecture que toute situation de nonretour est la conséquence de l'introduction d'une nouveauté; que la réversibilité est permise à l'intérieur d'une phase d'évolution ne comportant pas de nouveauté. Il est des phénomènes sur lesquelles la nouveauté banale a peu de prise, mais qui restent sensibles à l'accumulation de ces nouveautés. Ils présentent donc en général, et en première approximation, des caractères réversibles locaux. Il s'agit des phénomènes monétaires globaux tels que l'inflation et la déflation, les mouvements boursiers. Bien qu'elles connaissent des accidents remarquables, les évaluations, via les taux de change entre monnaies et les cotations boursières, des qualités économiques des sociétés, se modifient localement avec en général assez de douceur pour qu'on puisse associer aux évolutions de ces valeurs des groupes locaux de transformations susceptibles d'être globalisés sur de plus ou moins longues périodes.

Nous allons examiner ici un mécanisme de l'inflation où la symétrie des données physiques s'oppose à la dissymétrie de faits psychologiques. Le mécanisme de l'inflation (2) ne sera pas analysé dans sa totalité: par exemple, nous ne tiendrons pas compte des incidences des politiques pratiquées dans des pays étrangers.

Soient, à un instant fixé, p et q les vecteurs prix et quantités.

La masse monétaire des échanges à cette date est prise comme égale à M. A la date suivante, les prix auront varié de manière à accroître si possible les bénéfices des vendeurs. Ceux-ci vont anticiper à la date t la demande future et la masse monétaire disponible à la date t+1, établir une production et un système de prix de manière à satisfaire au mieux leurs intérêts, et à rendre la quantité p(t+1)q(t+1) la plus proche possible de M(t+1).

S'il existe des crédits à faible taux, une augmentation du revenu disponible obtenue par une baisse des taxations et/ou un accroissement des salaires versés, si est présente une assurance de l'emploi qui donne confiance dans la stabilité du marché, alors l'élévation moyenne des prix sera possible. Elle sera d'autant plus marquée que le marché, par entente tacite, sera plus monopolistique. Elle sera d'autant moins accusée que la concurrence entre les vendeurs jouera.

Symétriquement, si le crédit est cher, le revenu disponible abaissé par un accroissement des charges fiscales, si la masse salariale décroît par suite d'un affaiblissement des ventes, d'une concurrence accrue, d'une perte de compétitivité, d'un affaiblissement décidé ou subi des salaires et du pouvoir d'achat, alors si, dans un premier temps, les vendeurs tenteront de compenser la perte de clientèle par un accroissement de leur marge bénéficiaire, rapidement ils seront contraints d'abaisser celle-ci pour retrouver une clientèle perdue, ou pour conserver la clientèle restante. Pour ces dernières raisons, le marché deviendra de plus en plus concurrentiel.

A ces données physiques d'apparence symétriques, il faut adjoindre, dans l'analyse du mécanisme de l'inflation, des données psychologiques dont on ne peut négliger le rôle. En premier lieu, figure le principe de « persévérance dans son être » selon lequel on modifie difficilement à l'instant t + h le comportement maintenu jusqu'à la date t. En second lieu, figure un second principe qui nuance le premier, et exprime que les hommes s'efforcent, parfois aveuglément ou de manière illusoire, d'améliorer les conditions de leur bien-être. De là résulte que l'inertie de comportement est beaucoup plus importante en période inflationniste qu'en période déflationniste. D'ailleurs, il reste toujours, dans les sociétés de marché, une inflation résiduelle entretenue par le souci hédoniste (une telle inflation suppose une économie basée sur des échanges monétai-

res: lorsqu'il y a troc, comme c'était souvent le cas en milieu paysan jusqu'au siècle dernier, l'inflation ne peut être que très faible, car ne bougent pas de valeur les produits de première nécessité, dont les mouvements de prix donnent le signal au mouvement des prix des autres produits). D'un autre côté, un autre facteur stimulant d'inflation à savoir l'introduction sur le marché de produits nouveaux, jouait alors un rôle négligeable dans ces sociétés. Une telle introduction induit une perturbation dans le comportement des consommateurs, perturbation qui conduit à une modification du régime des prix, en même temps que la masse monétaire doit s'accroître puisque des biens nouveaux apparaissent sur le marché, sans que, dans un premier temps au moins, soient éliminés de produits anciens.

Autrement dit, nous posons que, dans une économie de marché,

$$i = i_r + i_n + i_e$$

οù

- i_r est une inflation résiduelle, dépendant principalement d'habitudes comportementales, que traduit en partie la présence plus ou moins accusée de la concurrence interne.

 $-i_n$ dépend des capacités novatrices de la société où la tradition culturelle, l'organisation de la recherche et du développement tant sur le plan des institutions que du financement jouent leur rôle.

 $-i_e = f(C)$ est le taux d'inflation résultant de la politique économique, que nous allons décrire.

C est une matrice dont le cœfficient C_{ij} est le rapport de la masse monétaire disponible pour l'achat de produits i par les consommateurs de la strate de niveau de revenu j, à la masse monétaire qui serait nécessaire pour la satisfaction des besoins. C est elle-même fonction de la masse monétaire potentiellement disponible, diminuée de l'épargne et des prélèvements fiscaux définis par une matrice

$$F: C = M - F.M - E.$$

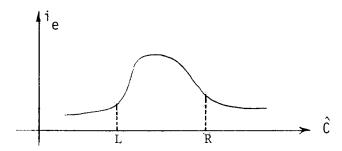
Si les services étatiques peuvent avoir une connaissance plus ou moins approfondie de C, ce ne peut être évidemment le cas du public des vendeurs qui doit se contenter d'une information moindre. S'il n'existe à notre connaissance aucune étude statistique reliant i, à C, on sait que nombre d'auteurs se sont penchés sur la

relation entre le taux d'inflation et le taux de chômage c, dont les coefficient de C sont entre autres fonction :

$$i_e = f(C(c, ...)) = g(c, ...).$$

Les pointillés représentent d'autres variables, parmi lesquelles figurent les prix antérieurs et la demande actuelle, ainsi que des paramètres culturels, parfois fonction de c, qui pèsent sur l'orientation monopolistique ou concurrentielle de l'économie. (Malheureusement, S.Kolm, dans l'ouvrage cité en référence, dessine pour graphe de la fonction i = g(c) une courbe en S, sans préciser ces conditions). Le taux de chômage est évidemment un indice économique significatif du point de vue psychologique et informatif. Il reste de conduire des travaux pour le relier à C, qui nous semble être « la » variable pertinente dans cette étude de l'inflation, et sur laquelle peuvent agir de manière parfois rapide et efficace les principaux acteurs économiques.

Voici, posant \hat{C} égal à la somme des C_{ij} , un exemple vraisemblable d'une variation de i_e en fonction de C dans une société concurrentielle :



Sur la portion LR de la courbe, la réversibilité est locale et non globale: l'inflation a tendance, à long terme, à parcourir la portion de courbe LR de la droite vers la gauche. S'il existe bien localement dans le temps des réversibilités momentanées engendrant des groupes locaux, on ne peut raisonnablement accepter de fondre ces groupes au sein d'un groupe global.

Au terme de cet examen, on ne saurait dire que la notion de symétrie joue un rôle majeur dans l'analyse et dans la formalisation des problèmes économiques. La raison principale est que la symétrie est liée à une stabilité fondamentale, à une fixité, or l'économie d'une société moderne est en constante évolution. Ce mouvement 118 C.P. BRUTER

introduit de manière incessante des chocs et des tourbillons qui tendent à détruire rapidement les germes de symétrie qui viendraient à s'instaurer dans des situations plus calmes. L'idée d'envisager l'influence de symétries en économie n'est pas à priori un faux problème, tant le rôle des symétries est important en physique. Mais même en physique, les symétries se perdent dès que les interactions deviennent trop fréquentes et nombreuses. Ne désespérons pas: à contempler indéfiniment la routine des symétries d'une société stabilisée, on finirait bien par mourir d'ennui.

NOTES

¹Les symétries introduites ici ou là dans certains articles spécialisés (cf. les exemples donnés dans cette revue par d'autres auteurs) ne sont pas en général justifiées par des raisons économiques sérieuses, et n'adviennent pour la plupart que de manière exceptionnelle. Remarquons que cette introduction artificielle autorise l'emploi de méthodes et de résultats souvent classiques. Il faut dire aussi pour être complet, que ces considérations ont conduit à énoncer des résultats mathématiques (notamment sur les matrices à coefficients positifs) intéressants en soi et utilisés dans les théories de population (ce dernier terme étant pris dans un sens très large).

² Sous le titre « Inflation et théorie des singularités », nous avons présenté, une analyse beaucoup plus détaillée du phénomène de l'inflation. Nous en avons déduit un modèle mathématique différentiel. La procédure de réduction de Liapunov Schmidt permet alors de définir des politiques

économiques à inflation nulle.

BIBLIOGRAPHIE

F. Perroux, J. Denizet, H. Bourguinat: Inflation, dollar, eurodollar, Gallimard, Paris, 1971.

S.-C. KOLM: Sortir de la crise, Hachette, Paris, 1983.