Dans cet ouvrage, l'auteur se penche d'abord sur la genèse de notions mathématiques liées à la problématique de l'espace, dominée par les questions portant sur la divisibilité et sur la continuité.

Au fur et à mesure qu'avec le temps on approfondit les notions classiques, les nécessités de la précision et de la rigueur, de l'exhaustivité et de l'universalité conduisent à dégager de nouvelles notions : il arrive que leur intérêt opératoire est d'autant plus marqué que leur découverte est plus récente.

Ces périodes de renouvellement et d'enrichissement du paysage conceptuel s'accompagnent tout naturellement de controverses entre spécialistes. Ces controverses ont des caractères propres assez bien dégagés pour qu'on puisse en proposer une typologie.

Ainsi, cet essai qui repose sur l'histoire des mathématiques, concerne également le philosophe et le sociologue des sciences.

DANS LA MÊME COLLECTION :

HEINZMANN G. *ENTRE INTUITION ET ANALYSE. Poincaré et le concept de prédicativité.* Ouvrage publié avec le concours de la Fritz Thyssen Stiftung. 1985, 104 pp., in-8, broché.

HEINZMANN G. *POINCARÉ, RUSSELL, ZERMELO ET PEANO. Textes de la discussion (1906-1912) sur les fondements des mathématiques : Des antinomies à la prédicativité.* Ouvrage publié avec le concours du C.N.R.S. 1986, 332 pp., in-8, broché.

ITARD J. *ESSAIS D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES.* Documents réunis et introduits par R. Rashed. Ouvrage publié avec le concours du Centre National des Lettres. 1984, 386 pp., in-8, broché.

PADE H. *LES ŒUVRES.* Documents sur sa vie et ses travaux rassemblés et présentés par Claude Brézinski. Ouvrage publié avec le concours du C.N.R.S. 1984, 457 pp., un-8, broché.

RUSSO F. *NATURE ET MÉTHODE DE L'HISTOIRE DES SCIENCES.* 1983, nouveau tirage 1984, 503 pp., in-8, broché.

RUSSO F. *INTRODUCTION A L'HISTOIRE DES TECHNIQUES.* 1986, 544 pp., in-8, broché.

ZELBSTEIN U. *L'UNIVERS DES MACHINES, DE L'ÉLECTRONIQUE, DES AUTOMATES ET DES ROBOTS, ou la grande aventure des Hommes qui ont contribué à leur création.* 1986, 80 pp., in-8, broché.

ISBN 2-85367-022-8

Prix : 92 F

CLAUDE PAUL BRUTER

DE L'INTUITION A LA CONTROVERSE

Librairie A. BLANCHARD

DE L'INTUITION A LA CONTROVERSE

Essai sur quelques controverses entre mathématiciens

par

Claude Paul BRUTER

Ouvrage publié avec le concours de l'Université Paris XII

LIBRAIRIE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE
Albert BLANCHARD
9, rue de Médicis — 75006 PARIS
1987

Du même auteur,

aux éditions Maloine :

Topologie et Perception (bases philosophiques et mathématiques), tome 1, 2e édition, 1985.

Topologie et Perception (aspects neurophysiologiques), tome 2, 1976.

Topologie et Perception (considérations socio-psychologiques et linguistiques), tome 3, 1986.

aux éditions Flammarion :

Les Architectures du Feu, Considérations sur les Modèles, Collection Nouvelle Bibliothèque Scientifique, 1982.

aux éditions Gauthier-Villars :

Sur la Nature des Mathématiques, Collection Discours de la Méthode, 1973, (épuisé).

Bibliothèque Scientifique Albert Blanchard

DE L'INTUITION A LA CONTROVERSE

Essai sur quelques controverses entre mathématiciens

par

Claude Paul BRUTER

Ouvrage publié avec le concours de l'Université Paris XII

LIBRAIRIE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE
Albert BLANCHARD
9, rue de Médicis — 75006 PARIS
1987

© 1987, by Librairie Albert Blanchard, PARIS
Tous droits réservés. Aucun extrait de ce livre ne peut-être reproduit, sous quelque forme ou quelque procédé que ce soit, sans le consentement préalable de l'Éditeur.

ISBN 2-85367-022-8

AVIS AU LECTEUR

La rédaction de cet ouvrage a pris fin le 15 Octobre 1982. Il a fait l'objet d'une première diffusion, restreinte, par le biais des Publications Mathématiques de l'Université Paris 12 (série verte, ISSN 0761-3059, n° 2 et 3).

Secrétaire de lui-même pratiquement tout au long de sa carrière, l'auteur endosse la responsabilité de toutes les malfaçons présentes dans cet ouvrage.

Bures, le 14 Novembre 1985

L'auteur remercie les Editions BLANCHARD d'avoir accepté de publier cet ouvrage, et l'Université Paris 12 d'avoir accordé une aide financière pour cette publication.

Bures, le 13 Mai 1987

TABLE des MATIERES

Avis au Lecteur

Introduction

Chapitre 1: **Des savants grecs aux géomètres français de la fin du XVIII ème siècle**

1.1 La problématique de l'espace 1

1.2 Sur la nature substantielle de l'espace physique 3

1.3 L'espace physique est-t-il fini, continu et divisible: les précurseurs de Cantor 6

1.4 Le rôle du mouvement dans la genèse de la notion de limite 10

1.5 Le rôle du mouvement dans la genèse de la dimension temporelle 14

1.6 Le rôle du mouvement dans la genèse de la notion de transformation 15

1.7 La naissance des premiers concepts de topologie 16

1.8 Premier exemple de controverse: Descartes versus Fermat 20

1.9 Descartes et les notions topologiques 23

1.10 L'esprit fasciné par ses propres constructions 26

1.11 Au commencement était le Verbe ou l'apport de Leibniz 27

1.12 Euler et Buffon 28

1.13 Comment apprécier l'influence de Kant ? 29

Appendice 1: La version originale du discours de la méthode 33

Chapitre II: **Sur l'évolution de quelques concepts topologiques à travers les écrits des géomètres français**

2.1 Rappels sur l'influence de la dynamique dans la genèse des notions mathématiques 35

2.2 Aperçu sur la genèse et sur le développement de la notion de voisinage 36

2.3 Les intuitions de Carnot 38

2.4 Les débuts de la notion de métrique 40

2.5 Poncelet contre Cauchy 47

2.6 Parenthèses sur les influences mutuelles possibles entre biologie et mathématiques 54

2.7 Les prolongements du principe de continuité 55

2.8 Compléments sur le principe de continuité 56

Appendice 2: Copie du compte-rendu de la séance du 25 Mai 1857 de l'Académie des Sciences de Paris 59

Chapitre III: **Contradictions et paradoxes, ou les raffinements des mathématiques**

3.1 Introduction 61
3.2 Le paradoxe du menteur et ses conséquences mathématiques 62
3.3 Achille, la tortue, la flèche, et Zénon 67
3.4 Le scandale des irrationnels 76
3.5 De l'imaginaire dans les querelles 81
3.6 Les nombres complexes ont-ils une signification concrète ? 90
3.7 Paradoxes apparents en mesure des grandeurs 98

Chapitre IV: **L'humilité du général**

4.1 La philosophie du général 107
4.2 La théorie des ensembles, outil de généralisation 112
4.3 Fini versus infini 114
4.4 Options constructivistes et existentielles 117
4.5 A propos de fonctions 121
4.6 Lebesgue contre Borel 130
4.7 Sur le chemin des "abstract nonsenses" 135
4.8 Ultime retour sur la continuité 150

Appendice 3: Les controverses et le progrès scientifique 159

Bibliographie 164

INTRODUCTION

Les situations de conflit à l'intérieur du monde mathématique peuvent être classées, comme il se doit, en deux groupes: conflits de personnes d'une part, conflits de conception d'autre part.

Selon les apparences, seuls les conflits de conception intéressent la Science quant au fond. C'est là un point de vue limité. Car, en vérité, "les mécanismes de l'invention" (58) nous intéressent au plus haut point, puisque leur découverte permettrait d'accomplir les plus puissants progrès dans la Science elle-même. Or il semble que ces mécanismes soient liés à la nature physiologique du mathématicien, à son environnement affectif et sociologique. L'idée que le mathématicien se fait de sa personne, de celles qu'il côtoie et qui le sollicitent, les ouvertures ou les blocages de son esprit sur des modes de penser, sur des conceptions et sur des manières d'appréhender la réalité, sont autant de facteurs qui affectent les démarches de son intelligence, les jugements qu'il porte et qui pèsent sur sa propre activité, sur celle de ses divers collègues.

Les conflits de personnes sont donc en partie du ressort de la psychologie. On rencontre des chocs d'orgueils, de vanités, d'agressivités. A vrai dire la sensibilité des mathématiciens est toujours à fleur de peau. Comment peut-il en être autrement dans un milieu qui se flatte de faire des découvertes extraordinaires, de ne point commettre d'erreur de raisonnement, et où les critères de reconnaissance sont basés sur les deux aptitudes précédentes. On ne peut être que " génial", "illustre", "savant", auteur de théorèmes "remarquables", d'énoncés "profonds", ou moins que rien. Le mathématicien qui a été habitué par son milieu professionnel à juger selon ces critères, souffre prodigieusement d'être exclu de la communauté

des célèbres, s'il n'a pas été capable de se mettre à leur niveau, ou s'il a le sentiment, fondé ou non, de subir de la part des savants en place quelque forme de rejet.

Seul le détachement du mathématicien par rapport à son milieu professionnel, la pratique de l'"humour" - je ne saurais trop exprimer ma reconnaissance à A.Lichnerowicz qui, le jour de ma soutenance de thèse, a eu pour moi ces mots: "Vous entrez maintenant véritablement dans l'Université, alors beaucoup d'humour" - le soin constant à considérer la vanité des choses, peuvent permettre au mathématicien d'éviter de sombrer dans l'amertume acariâtre, le mépris souverain, le rire dédaigneux, l'agressivité maladive, la flagornerie, voire la mauvaise foi et la grossièreté. Seules bien sûr quelques personnalités entrent dans le cadre de ce tableau aux traits excessifs. Le fait est qu'elles figurent toutes dans la galerie des portraits anciens et nouveaux que j'ai rencontrés, où les plus petits avoisinent les plus grands. Les mathématiciens ne font pas exception à l'humaine nature.

Il est étonnant alors de constater l'inconsistance des mathématiciens: ils sont les promoteurs les plus éclairés de la rigueur intellectuelle dans l'exercice de leur tâche, leurs démonstrations se veulent sans faille. Certains, par contre, dans leur vie personnelle, se laissent aller aux plus grands relâchements. Pour de simples raisons de concurrence, ou bien pour des motifs boueux d'ordre politique ou d'origine ethnique, les mathématiciens sont capables d'employer les moyens les plus retors et les plus hypocrites pour parvenir à leurs fins.

Nous nageons ici près des bas-fonds, et l'on peut se demander si ces questions méritent une quelconque attention. Je crois à la necessité de leur donner une réponse positive. Car ces conflits médiocres et douloureux usent une grande part de l'activité des hommes qu'ils emploieraient à d'autres fins s'ils le pouvaient, pour leur plus grand bonheur, et pour le meilleur profit de la collectivité

dont les progrès dans la connaissance sont absurdement freinés par ces frictions anémiantes. On ne peut tenter de réduire leur importance qu'en les faisant paraître au grand jour, pour en montrer le caractère absurde et inutile. Il faut ensuite avoir le courage de prendre de difficiles mais nécessaires sanctions.

Depuis la querelle qui, par exemple, opposa Descartes à Fermat, l'histoire des sciences est remplie d'anecdotes plus ou moins belles qui réduisent à de plus justes proportions la valeur de certains hommes "illustres". L'épisode suivant que rapporte L.G. du Pasquier dans son ouvrage sur Euler se passe de commentaires:

> Paul-Henri de Fuss (7) s'exprime en termes très vifs et va même jusqu'à dire: « La jalousie démesurée de Jean Bernoulli, qui jadis avait suscité la célèbre dispute avec son frère aîné, Jacques, se manifeste d'une manière tout à fait frappante, on peut même dire contraire à la nature, vis-à-vis de son fils Daniel, au point que, n'étant plus de force à lutter avec un adversaire si jeune et si puissant, il finit par se rendre coupable de plagiat envers lui ». Cette dernière phrase fait allusion au point qui exaspéra le plus Daniel Bernoulli. Son père, dans ses *Opera omnia* qu'il fit paraître à Lausanne en 1742, s'est effectivement approprié plusieurs propositions de ses fils, et principalement de l'*Hydrodynamica* de Daniel, et cela sans le mentionner et sans même dire le nom des premiers inventeurs.
>
> Cette injustice chagrina Daniel d'autant plus que la piété filiale exemplaire qu'il avait toujours montrée à l'égard de son père ne lui permettait pas de défendre publiquement son bon droit. Tout au plus donnait-il libre cours à sa souffrance et à son découragement dans des lettres à quelques amis intimes, notamment à Euler. Il écrivait à ce dernier (le 4 septembre 1743 par exemple), après avoir vidé son cœur, qu'au commencement il n'avait presque pas pu supporter ce coup, mais qu'il finit par s'y résigner, que cela lui a cependant inspiré « un tel dégoût que je préférerais avoir appris le métier de cordonnier plutôt que les mathématiques ».

Le passé éclaire avec suffisamment de vivacité le présent pour qu'il soit inutile d'évoquer celui-ci, encore que le poids des attendus ethniques ou politiques atteigne parfois, encore aujourd'hui, des proportions honteuses.

Aucune révolution politique ne changera la qualité des caractères humains, et qu'il s'agisse des mondes de type nazi

ou soviétique, il se trouvera toujours quelques exaltés qui auront droit de cité, et nombre d'indécis et de couards pour leur prêter main forte. Et nul ne se fait d'illusion sur ce qu'il pourrait advenir dans d'autres pays où il arrive que soient tenus des propos qui vont au-delà de la simple "provocation". Qu'un mathématicien de l'envergure de Pontraygin affirme par les actes son antisémitisme a quelque chose de renversant, car une telle attitude est contraire à la Vérité et au simple bon sens. Par le jeu des influences, la responsabilité des mathématiciens est d'autant plus engagée que leur notoriété scientifique est plus grande.

Il arrive heureusement que certains d'entre eux placent à même hauteur leurs exigences scientifiques d'un côté, morales de l'autre. Euler était un exemple de droiture et de probité. Borel voue le plus grand respect à Jules Tannery:

> Si l'on écrit un jour une histoire sincère du développement de la pensée mathématique dans ces trente dernières années, et dans celles qui suivront, cette influence devra être signalée et la place qu'occupera Jules Tannery parmi les mathématiciens de son époque apparaîtra alors comme plus importante que celle de bien d'autres savants dont la production apparente a été plus considérable.

> A beaucoup d'entre nous il apprit que la sincérité intellectuelle, la claire compréhension de sa propre pensée, la défiance vis-à-vis des mots qui ne recouvrent rien, ne sont pas seulement des qualités intellectuelles, mais aussi des qualités morales. Et si, au moment d'une crise qui divisa la conscience française, il jugea que ses fonctions administratives ne lui permettaient pas une certaine forme d'action publique, qui n'était d'ailleurs pas dans son tempérament, et se contenta de faire connaître publiquement et nettement son opinion, on peut être certain que les habitudes de pensée qu'il créait autour de lui jouèrent un rôle essentiel dans l'élan superbe qui se produisit à l'École normale en faveur de la Justice et de la Vérité.

> et si, dans ses livres, il ne manquait jamais de mentionner avec un soin minutieux qu'il devait à tel de ses élèves un fragment de démonstration ou la plus claire intelligence d'une idée, il était loin d'avoir les mêmes scrupules historiques lorsqu'il était seul en cause ; aussi beaucoup de ses lecteurs ignorent-ils combien est grande sa part personnelle dans des chapitres où la perfection didactique de l'exposition tend à laisser croire qu'il s'agit de choses depuis longtemps connues. Faire le tri de ce qui lui revient exigerait un travail considérable, qu'il n'aurait pas approuvé ; mais il convenait de signaler ce trop rare désintéressement scientifique.

Plusieurs de nos illustres contemporains, fidèles à cette haute tradition humaniste, forcent, par leur exemple, à répandre autour d'eux les lumières de la vérité.

Tous ceux que je ne mentionne pas dans ces lignes accepteront sans aucun doute qu'un hommage particulier soitrendu à deux de leurs collègues, parmi les plus brillants et les plus actifs: Henri Cartan et Laurent Schwartz.

Dans son allocution, prononcée en 1975, en "Hommage à Henri Cartan", J.Deny donna la raison pour laquelle il énonça deux résultats de Cartan:

> J'ai mentionné ces résultats un peu techniques parce que . . . on ne trouvera pas le second dans les écrits de Cartan. On le trouvera seulement dans ma thèse ! Cartan l'avait obtenu pour me permettre d'améliorer un énoncé de ma thèse, et m'avait demandé de l'y ajouter (ce qui a posé plus tard à Brelot des problèmes de bibliographie délicats). Ceci est pour moi l'occasion de rappeler quel "patron" exceptionnel est Cartan. Lorsqu'il dirige une thèse, il ne se contente pas d'en corriger les fautes d'orthographe ! Il étudie le texte à fond, et y apporte des corrections et des améliorations substantielles. Mais, comme sa conscience est proverbiale, il en corrige —aussi— les fautes d'orthographe !

Quant à Laurent Schwartz, il est sans doute[1] le principal auteur du très beau "Manifeste pour la Vérité et la Morale en Politique", paru dans **Le Monde** du 4/07/73. On ne s'étonnera pas de trouver à nouveau le nom de Cartan parmi les signataires de ce texte. Il est bien des manières d'honorer la fonction que l'on occupe. Le terme universitaire contient dans son expression le terme universel, que l'on peut certes opposer au terme spécialité, mais qui est indissociable, avant tout, de celui de vérité. Par la nature de son travail, il appartient à tout universitaire d'être une sorte de prêtre de cette religion du vrai et de la clarté, où l'on s'élève, selon l'expression de Tannery, "des vérités de détail aux vérités générales".

Peu de mathématiciens ont écrit sur les épreuves de nature diverse qu'ils ont traversées: auraient-ils d'ailleurs trouvé éditeur de leur récit? On ne connaît souvent que des témoignages succints apportés par des tiers. Le cas de Poncelet est peut-être exceptionnel. Sans doute parce qu'il fut, assez tardivement d'ailleurs reconnu comme grand mathématicien et membre de l'Académie des Sciences, put-il, dans l'ouvrage intitulé **Applications d'Analyse et de Géométrie Qui ont servi en 1822 de principal fondement au Traité des Propriétés projectives des Figures** (99), paru en 1862-64 au soir de sa vie, faire part au public de ses mésaventures.

Une des raisons parmi les plus fréquentes des conflits entre mathématiciens tient à leur manque d'honnêteté intellectuelle à l'égard de leurs collègues, certains d'entre eux au moins. Le souci de gloire, de paraître rester grand au regard de la communauté scientifique, amène les moins scrupuleux au vol, pardon, à l'emprunt d'expressions, d'idées, voire de résultats, en ne citant pas ses sources. Poncelet décrit très bien le mécanisme dans ce propos où il résume les démêlés qu'il eut avec le fondateur des **Annales de Mathématiques**, Gergonne ((99) t.2, p.528-529) mathématicien à la "susceptibilité jalouse", auteur de "lettres amicales":

M.Gergonne et d'autres ont su habilement tirer un si avantageux profit sans jamais avouer ni vouloir reconnaître l'emprunt fait aux méthodes et aux idées du présent Mémoire; procédé scientifique peu honorable sans doute quand il est calculé, volontaire, mais qui, en revanche permet au dernier survenu, de passer pour un esprit original et inventif, tout en accordant d'ailleurs une scrupuleuse justice aux médiocrités du jour et des temps passés. (p.447).

(1) Selon L.Schwartz, P.Vidal-Naquet a joué un rôle essentiel dans la conception et la rédaction du manifeste.

Les meilleurs dans cet exercice pratiquent un jeu malin de renvoi à quelques inconnus, et aux plus célèbres. Dans cette lutte contre la fraude, le spolié a évidemmentle rôle le plus difficile. Le voleur est habile, le spolié doit prouver sans laisser paraître de rancoeur, sans donner à croire qu'il est sujet à quelque forme plus ou moins virulente du délire de persécution, sans laisser l'impression désagréable qu'il fait preuve de mesquinerie et de petitesse. Néanmoins, dans une situation pareille, il peut se défendre, il n'est pas situé en dehors de la communauté.

La douleur est autrement profonde quand l'individu éprouve le sentiment d'être rejeté par ses pairs, d'un véritable assassinat intellectuel et psychique. Certaines situations, au siècle dernier, ont été particulièrement pénibles. Il était autrement difficile, même pour un mathématicien de très grande valeur, de trouver un gagne-pain. Il n'y avait pas, comme aujourd'hui, quantité de postes de professeurs à pourvoir dans les diverses institutions d'enseignement, les bourses n'existaient pas, et les mécènes, ceux qui restaient, ne s'occupaient guère de science. Les quelques mathématiciens ayant des positions en vue étaient tout-puissants, ce pouvoir n'était acquis que tardivement, leur esprit était moins apte à saisir les caractères féconds des nouveautés. La situation sociale et politique se prêtait à ce jeu de la puissance. Les relatives facilités matérielles offertes de nos jours aux esprits les plus brillants, l'étendue de la communauté scientifique auprès de laquelle on finit toujours par trouver des répondants attentifs, peuvent permettre d'espérer qu'on ne rencontrera plus guère de cas semblables à celui d'Abel par exemple:

Abel, écrit Poncelet ((99) t.2, p.485), venu en 1826, de Christiana (Norvège) à Paris, ce rendez-vous des réputations bien ou mal acquises, était mort à la peine, en 1829, âgé de vingt-sept ans, après avoir vainement attendu, pendant un séjour de dix mois en France, un acte d'intérêt de justice de la part des Commissaires chargés, par notre Académie des Sciences, de l'examen de son premier **Mémoire sur une propriété générales des fonctions transcendantes**; Mémoire qui n'a été imprimé que quinze ans plus tard, dans le T.VII des **Savants Etrangers** (1841); c'est-à-dire

douze ans après la mort de ce célèbre et infortuné géomètre, auquel la même Académie accorda un prix posthume, tardive réparation des amères déceptions qu'il avait éprouvées pendant une aussi courte vie.

Abel eût-il été français et polytechnicien, cela n'aurait sans doute pas été suffisant. Les créateurs, qu'ils soient ou non mathématiciens, font toujours l'expérience plus ou moins amère de vérifier le proverbe célèbre selon lequel nul n'est prophète dans son pays. L'introduction d'une nouveauté heurte toujours les penseurs établis. Il leur faut du temps pour percevoir puis saisir l'apport réel de la nouveauté à la compréhension des phénomènes anciennement connus, pour apprécier les qualités de profondeur des idées nouvelles, la part d'inconnu qu'elles parviennent à percer. Nous verrons maints exemples des difficultés de tous ordres que ces idées doivent surmonter pour parvenir à s'imposer.

On peut y voir naturellement les effets des "Conflits de Générations", les manifestations de querelles entre Anciens et Modernes. Cet aspect des choses est rarement évoqué, et n'est guère pertinent. Les origines des conflits d'idée sont d'essence plus profonde. S'affrontent des perceptions différentes, des démarches mentales bien distinctes. Pour résumer sans nuance, je dirais que les esprits géométriques et globalistes s'opposent aux esprits algébristes dotés d'une perception plus locale des phénomènes. Les premiers seraient plus intuitifs, les seconds plus rigoureux. Mais naturellement, les succès de l'entreprise mathématique reposent sur l'emploi concomitant des deux approches. La première ouvre les perspectives, permet de défricher des terres inconnues. La seconde introduit les techniques sophistiquées de la mécanisation, les raffinements des méthodes locales qui permettent de faire l'inventaire de toutes les situations. Avant que ne soit bien compris le rôle des uns etdes autres, bien des polémiques auront surgi entre tenants des différents points de vue; polémiques éminemment utiles à l'intelligence de nos démarches, et que nous verrons parfois éclater à certaines époques de l'histoire des mathématiques.

Pour être la dernière des grandes divisions des mathématiques à s'être constituée, située au confluent des approches géométriques et analytiques des représentations du monde physique, la topologie est dotée d'une histoire complexe. Son étude suppose celle de chacune des branches originelles, à l'intérieur desquelles il convient de dégager les sources et les émergences des différents concepts et problèmes qui ont contribué à la fondation de cette topologie.

Elle se ramifie en divers rameaux. Le premier peut-être à poindre et à se développer est le rameau aujourd'hui qualifié de topologie différentielle. En parallèle presque, se développe un second rameau, la topologie algébrique. Ces premiers développements sont essentiellement l'oeuvre de mathématiciens du siècle dernier. L'introduction par Cantor, vers 1875, de la théorie des ensembles conduira à la naissance, vers 1905, sous l'impulsion de Fréchet, de la topologie générale. On peut convenir d'attribuer à Poincaré la création de la topologie dynamique avec la publication, en 1885, de son mémoire **Sur les courbes définies par une équation différentielle.**

L'histoire de la topologie n'est nullement une histoire linéaire, tous les courants des mathématiques s'y conjuguent et s'y enchevêtrent. De temps à autre, un mathématicien aux vues très pénétrantes, doté d'une large culture et d'une très bonne compréhension des questions, parvient à réaliser une synthèse magistrale dans laquelle il absorbe les oeuvres du passé et les travaux de ses contemporains en même temps qu'il élargit certaines notions et la portée de quelques résultats. Ces mathématiciens accomplissent ainsi des oeuvres décisives qui pèsent sur le développement de leur discipline. Une étude attentive montre en tout cas le caractère quasiment continu du processus d'évolution des idées mathématiques. Ce caractère est souvent masqué par le fait que les auteurs ont parfois du mal à retracer le cours de ces évolutions, à définir de manière précise leurs sources d'inspiration parfois très disparates, ou enfouies dans le tréfonds de leur mémoire. Au confluent des chemins obscurs que ces idées suivent dans l'esprit, la nouveauté surgit.

C'est compte tenu de ce point de vue, incomplet certes, que j'aurais souhaité écrire une histoire approfondie de la topologie, soulignant au passage les différents types de conflits qui ont marqué l'évolution des idées. La réalisation d'un tel programme était évidemment hors de ma portée. Je n'ai disposé en fait que de quelques semaines pour réaliser ces ambitions, et l'on sait la difficulté de prendre connaissance des documents rares dans un pays qui, le mois d'Août, ferme ses bibliothèques, et, en temps ordinaires, expulse ses lecteurs à six heures sonnantes. Je ne proposerai donc au lecteur que des esquisses, et je prie en particulier le spécialiste de bien vouloir pardonner les nombreuses insuffisances qu'il pourra relever, et dont je suis très conscient. J'espère également qu'il me sera gré des points d'histoire que je rectifie ou que je souligne. En entreprenant cette rédaction, j'entendais principalement traiter de la topologie de préférence à tout autre chapitre des mathématiques, parce que le propos de cette discipline est l'étude des propriétés de l'espace, énigmes physiques et métaphysiques sur lesquelles Dieu lui-même est silencieux.

Voyons maintenant ce qu'il est advenu de ce projet.

Le premier chapitre est essentiellement consacré à l'évolution des concepts mathématiques liés à la problématique de l'espace, des temps anciens jusqu'à la fin du dix-huitième siècle. Au passage, nous rencontrons la controverse entre Descartes et Fermat.

Le chapitre 2 veut rendre hommage à l'apport conceptuel des mathématiciens français du début du dix-neuvième siècle, Carnot et Poncelet en particulier. Ils contribuèrent grandement à faire progresser la distinction entre notions géométriques puis topologiques et notions métriques. La querelle entre Poncelet et Cauchy, portant sur la continuité, fait l'objet d'un paragraphe particulier.

Le chapitre 3 examine d'abord des sujets de controverse anciens, mais qui n'ont été correctement traités que par les logiciens contemporains, ou bien, à partir du dix-septième siècle, dans les travaux des analystes: de nombreuses questions, sur les convergences des séries par exemple, restent encore ouvertes.

Le statut et la signification des nombres qu'ils rencontraient ont laissé fort perplexes, voire inquiets, les mathématiciens grecs et leurs successeurs jusqu'à la fin du dix-neuvième siècle. Un paragraphe assez long est consacré à la querelle scientifique, tranchée par Euler, qui oppose Leibniz et Euler sur la nature des logarithmes négatifs.

Le dernier paragraphe du chapitre montre comment des notions trop imprécises peuvent conduire à des résultats inattendus et, par ce biais, à l'introduction de notions nouvelles.

Le chapitre final porte sur diverses positions soumises au feu de la polémique et liées à la généralisation: points de vue finitistes et constructivistes, intérêt des fonctions analytiques ou autres. La querelle entre Borel et Lebesgue fait l'objet d'un paragraphe.

Une théorie moderne a fait l'objet d'une petite controverse dont l'enjeu était la dénomination. Quelques documents inédits sont versés au dossier historique qui lui est consacré.

Depuis la parution des premiers travaux de Bourbaki, l'opposition entre Dieudonné et antibourbakistes a marqué la vie mathématique contemporaine. Les derniers paragraphes de cet ouvrage se font l'écho de ces vifs débats.

Le choix du titre a été laborieux. "Du rififi chez les matheux" n'a pas semblé "très académique". "Tumultes et fracas" a paru "trop fort"; "A fleurets mouchetés", trop vague; "Janus déchiré, imprécis; "Vas te faire voir chez les Grecs", point sérieux.

Soudain, Théétète, m'a soufflé le titre. Que les dieux qui président aux destinées soient remerciés.