

Inflation et théorie des singularités

*Pour François Perroux, en hommage fidèle**

C.P. Bruter

Mathématiques, Paris XII

1.

UNE DÉFINITION ÉLÉMENTAIRE DU TAUX D'INFLATION

Soit $x_i(t)$ le prix du bien i à l'instant t . Faisons l'hypothèse que la fonction x est continue: une telle hypothèse est évidemment incorrecte, les fonctions économiques sont des fonctions en escalier. Sous cette hypothèse néanmoins généralement acceptée, notons par x_i la dérivée de x_i par rapport au temps. Nous conviendrons de prendre comme première définition du taux d'inflation la valeur moyenne des variations instantanées des prix:

$$y = \frac{1}{m} \sum_i x_i.$$

Définition: $y(t)$ est le *taux instantané d'inflation*.

* *Sans l'aiguillon de François Perroux, cet article n'aurait sans doute jamais vu le jour. Jusqu'aux derniers jours de sa vie, François Perroux aura consacré son énergie à faire progresser la connaissance du monde économique, non seulement par son travail propre, mais aussi en essayant d'attirer à l'étude de l'économie des chercheurs de disciplines variées, des mathématiciens notamment. A sa demande et sous son égide, j'ai organisé en juin 1986 la dernière réunion de travail que F. Perroux ait tenue au Collège de France, en compagnie de mathématiciens. F. Perroux n'avait pas très bien compris tous les aspects des mathématiques présentes, ce qui, étant donné sa formation et son âge, est tout à fait naturel. Mais grâce à une intuition peu commune, il avait saisi que les concepts et les outils mathématiques jouent un rôle majeur pour le progrès de la connaissance. J'ai compris, par l'un de ses discours, un soir, à l'Ambassade de France à Bucarest, que F. Perroux était un homme rare, un homme inspiré. Au vu de son œuvre et de ses qualités exceptionnelles, je regrette que le jury du Nobel économique n'ait pas fait preuve d'un plus grand éclairement, et ne lui ait pas attribué un prix qu'il méritait.*

Si $Y(t)$ est la primitive de y égale à la moyenne des prix à l'instant t ,

$$Y(t, t') = \frac{Y(t') - Y(t)}{Y(t)}$$

est le *taux moyen d'inflation* sur la période (t, t') .

Désignons par M l'espace des biens. Si chaque bien i est affecté d'une mesure $\mu(i) = 1/m$, la mesure de M , $\mu(M)$, est égale à 1. En fait, cette dernière condition étant respectée, les mesures locales n'ont pas toutes la même valeur parce que tous les biens n'ont pas le même caractère de nécessité aux yeux des consommateurs: on le voit à la manière dont sont calculés les indices des prix. On devrait donc poser de manière plus générale $y = \sum_i \mu(i, t) x_i$.

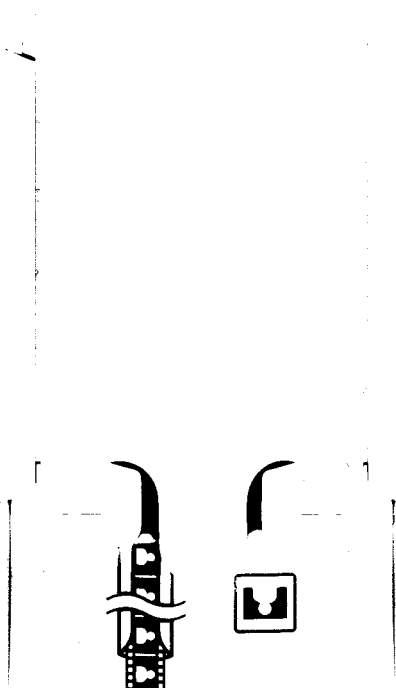
Par ailleurs, le prix d'un même bien peut différer fortement selon la strate que l'on considère: pour tenir compte de ce phénomène, on introduira un taux par strate, et l'on fera une moyenne pondérée de ces taux locaux. Ces complications supplémentaires ne modifient en rien les raisonnements qui seront tenus par la suite; par conséquent, pour la simple facilité de l'écriture, nous resterons dans le cadre de la définition primaire énoncée plus haut.

Il serait par contre souhaitable d'examiner les effets des facteurs qui pèsent sur l'*accélération* des mouvements des prix.

2.

UNE RELATION FONCTIONNELLE ENTRE LES VITESSES D'ÉVOLUTION DES PRIX

Compte tenu des principaux facteurs pesant sur l'inflation (cf. la note 1), nous allons établir une relation fonctionnelle entre les vitesses d'évolution des prix en supposant simplement que chaque mouvement de prix, autrement dit chaque x_i est d'abord fonction des mouvements des autres prix, donc du vecteur x' , soit parce que d'autres biens entrent dans la fabrication du produit i , soit parce que ces variations servent de référence pour l'établissement de la diminution ou de l'augmentation du prix du bien i ; x_i est également fonc-



tion de la demande d_i en produit i , de la masse monétaire disponible E , que nous appelons encore l'*énergie financière*, et de la concurrence c_i qui règne sur le marché des biens i . Dans cette optique simplifiée, l'évolution des prix est régie par une équation différentielle dont la i -i^e composante est de la forme:

$$\dot{x}_i = h_i^*(x_i, d_i, E, c_i).$$

Dans cette équation, i ne saurait être le prix d'un produit importé. Posons alors $x' = (x'^1, x'^2)$ où x'^1 (resp. x'^2) désigne le sous-vecteur des produits non importés (resp. importés). L'équation précédente s'écrit de ce fait:

$$\dot{x}_i'^1 = h_i^*(x'^1, x'^2, d_i, E, c_i)$$

avec, par exemple,

$$i = 1, 2, \dots, n.$$

Il est raisonnable de supposer que l'ensemble de ces équations vérifient des conditions de régularité telles qu'on peut, par substitutions progressives, éliminer la composante x'^1 du second membre de l'équation, de sorte qu'on aboutit à un nouveau système d'équations différentielles:

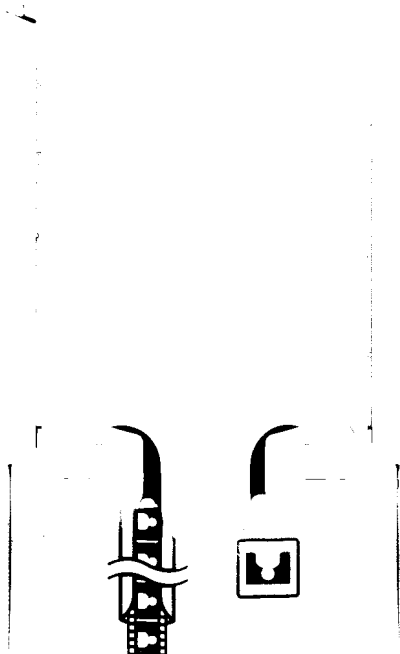
$$\dot{x}_i'^2 = h_i(x'^2, d_i, E, c_i).$$

Posant $x'^2 = z'$ (qui joue désormais le rôle d'un paramètre exogène), on écrira plus simplement l'équation type sous la forme:

$$\dot{x}_i' = h_i(z', d_i, E, c_i) \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Remarques

1. Chaque variable que l'on considère est *a priori* indicée par le temps t . Lorsque t n'apparaît pas dans une écriture, sa présence est néanmoins implicite, sauf mention contraire bien entendu.
2. La relation fonctionnelle est locale dans le sens suivant. Elle est valable sur un certain domaine spatial U_j sur lequel s'est déve-



loppée une activité économique. Si U désigne le domaine spatial global sur lequel on examine la vie économique, celui-ci doit être décomposé en sous-domaines U_j sur lesquels on établit des modèles, puis on raccorde ces modèles entre eux.

3. Du point de vue pratique, il convient de décomposer l'ensemble en strates homogènes selon les fonctions économiques et les revenus des agents qui appartiennent à ces strates. Pour fixer les idées, on pourra par exemple distinguer, selon le revenu (faible, moyen, élevé) trois strates de consommateurs, trois strates analogues relatives au commerce, trois strates analogues relatives aux entreprises, la strate des activités bancaires, celle des activités de l'Etat.

Le jeu des indices permet de prendre en compte toutes ces distinctions.

4. Si l'on fait l'hypothèse que la politique économique locale n'a pas d'influence sur l'évolution des prix des produits importés, il convient de restreindre l'étude de l'inflation à la part occupée dans celle-ci par les seuls biens produits par l'économie considérée. Autrement dit, nous nous intéressons ici seulement à

$$y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i.$$

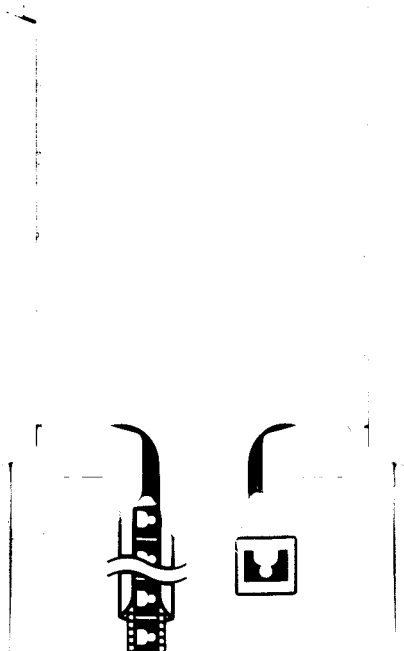
5. On souhaiterait naturellement connaître des approximations polynomiales des h_i . On sait seulement que x_i a tendance à varier dans le même sens que z' , à augmenter d'autant moins rapidement que c_i est plus élevée, elle peut croître avec E .

L'énergie financière disponible E est consacrée à l'achat de biens. Si d_{ij} est la demande en biens i à l'intérieur de la strate j , et si x_i désigne le prix de ce bien, l'égalité d'emploi des ressources financières:

$$E_j = \sum_i d_{ij} x_i$$

doit être vérifiée pour chaque strate. Globalement, posant

$$d_i = \sum_j d_{ij}, E = \sum_i d_i x_i = dx.$$



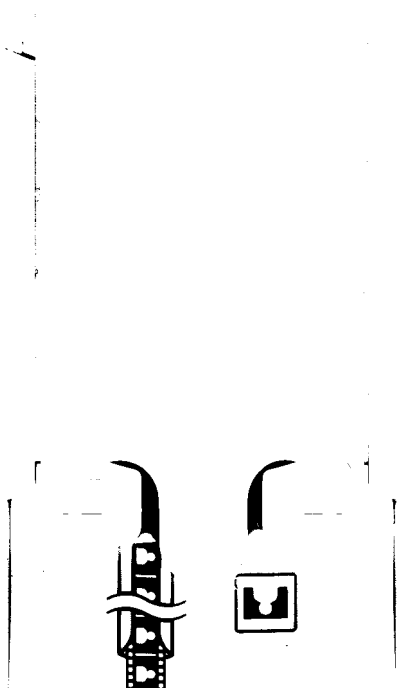
Remarques

1. Pour une entreprise, les $d_i x_i$ représentent soit des achats de biens nécessaires au fonctionnement de son activité productrice, soit des achats de travail humain; d_i désigne alors la demande en travail i , x_i la rétribution unitaire de ce travail, et $d_i x_i$ un salaire.
2. Si l'agent économique est une banque, les $d_i x_i$ sont non seulement des demandes de matériel ou des salaires, mais également les divers prêts faits par la banque aux agents économiques qui l'ont sollicitée.

L'égalité $E = dx$ doit être complétée par d'autres *égalités* ou *inégalités comptables*, comme par exemple celle qui traduit le fait que l'épargne accumulée devrait être supérieure ou égale à la totalité des prêts consentis, ou encore que les prêts consentis correspondent à une demande future bien spécifiée.

A côté de ces égalités comptables, figurent les *égalités* ou *inégalités d'optimalité*, liées aux comportements des agents économiques: on tente avec plus ou moins de bonheur, selon les renseignements dont l'on dispose, de minimiser les pertes et les dépenses, d'augmenter la productivité et les gains. Ces contraintes contribuent à établir les valeurs des demandes et des prix, mais ne suffisent pas par elles-mêmes à fixer ces valeurs. Il faut tenir compte d'autres relations, notamment celles entre demandes et prix, dépendant des desiderata des consommateurs et de leurs comportements spécifiques.

Il faut enfin tenir compte des chaînes de dépendance monétaire, et de l'importance sociale, parfois symbolique, attribuée à tel ou tel bien ou ensemble de biens. Sur le marché français, une augmentation du prix des produits maraîchers, due à des conditions climatiques défavorables, aux changements de saison et à l'introduction de fruits nouveaux, représente souvent un facteur d'inflation alors que le poids monétaire que représentent localement ces produits est assez faible. La politique économique doit par ailleurs satisfaire toutes les catégories sociales, en particulier pour des raisons éthiques et politiques celle des consommateurs les moins aisés, et dont les degrés de liberté économique sont les moins nombreux.



3.

INFLATION ET THÉORIE DES SINGULARITÉS

Par les écritures précédentes, l'inflation instantanée considérée est de la forme:

$$n y = \sum_i h_i(z', E, c_i, d_i) = \sum_i h_i(z', d_i, \sum_i d_i x_i, c_i)$$

Nous allons nous placer dans la situation où l'inflation instantanée est nulle. Dans cette hypothèse, *a priori*, si certains prix ont tendance à s'élever, d'autres ont au contraire tendance à diminuer. Alors que du point de vue mathématique ce mélange de variations est le plus commun pour maintenir une quantité constante, nous ferons la supposition que, dans le monde économique, l'inflation nulle est en général due à une absence totale de mouvement des prix, autrement dit les h_i sont tous nuls.

Dans un article précédent (2), nous avons proposé de classer en trois groupes les relations entre demandes et prix, chaque groupe pouvant être représenté localement, à des déformations près, par un modèle géométrique appartenant à l'ensemble des modèles suivants. Les deux premiers modèles ont pour équation analytique:

$$d_i = u_i x_i - x_i^3.$$

Le troisième modèle est défini par l'équation $d_i = u_i x_i - x_i^3$ lorsque x_i varie en dehors de l'intervalle $[-(u_i)^{1/2}, +(u_i)^{1/2}]$, $d_i = 0$ lorsque x_i est à l'intérieur de cet intervalle.

La substitution de d_i par son expression en fonction de x_i dans h_i conduit à une fonction:

$$\underline{h}_i = \underline{h}_i(z', x, u, c_i)$$

où les quantités z' , u et c_i peuvent être considérées comme des paramètres, le système de coordonnées étant choisi tel que $\underline{h}_i(0) = 0$.

$\underline{h} = (\underline{h}_1, \dots, \underline{h}_n)$ est une application de $R^n \times R^k$ dans R^n , où k désigne la dimension du vecteur des paramètres (z', u, c) .

A un moment considéré, x et le vecteur des paramètres précédents ont une certaine valeur: \hat{x} et $(\hat{z}', \hat{u}, \hat{c})$. Le taux d'inflation

instantané correspondant est \hat{y} . Supposons que l'on veuille maintenir constant ce taux instantané d'inflation. Cela est possible à condition que la condition suivante soit remplie: *l'application linéaire obtenue en prenant la dérivée partielle par rapport à x de l'application h , au point de coordonnées $(\hat{x}, \hat{z}, \hat{u}, \hat{c})$ est de rang n .*

Alors en effet, d'après le théorème standard dit des fonctions implicites, existera au voisinage de $(\hat{z}, \hat{u}, \hat{c})$ une application $x(z', u, c)$ qui vérifiera localement l'équation:

$$\underline{h}(x(z', u, c), z', u, c) = \hat{y}.$$

Autrement dit, on dispose ici d'un *critère qui permet de vérifier s'il est possible de maintenir une inflation instantanée constante.*

L'économiste aura tout intérêt à faire établir des approximations polynômiales (on aimerait naturellement connaître des développements tayloriens de \underline{h}) pour déterminer le rang de l'application linéaire. Il semble tout à fait raisonnable, d'après la manière dont est faite \underline{h} , de penser que ce rang est bien n . Il reste à savoir dans quelle mesure la fonction $x(z', u, c)$ est accessible tant sur le plan analytique qu'économique.

Nous allons donc supposer que les conditions précédentes sont satisfaites, de sorte que le taux d'inflation instantané est constant, constante qu'un simple changement de l'origine du repère ramène à 0.

Nous allons maintenant utiliser le résultat suivant (3): considérons l'équation différentielle autonome $x' = f(x, a)$ où (x, a) est un vecteur de $\mathbb{R}^{n+1} \times \mathbb{R}^k$. (\hat{x}, \hat{a}) est un point singulier, autrement dit $f(\hat{x}, \hat{a}) = 0$. Si la dérivée partielle de f par rapport à x , prise en (\hat{x}, \hat{a}) est de rang n , alors, par la procédure dite de Liapounov-Schmidt, on peut construire une fonction $g: \mathbb{R} \times \mathbb{R}^k \rightarrow \mathbb{R}$, $g(Y, a)$ telle que si sa dérivée par rapport à Y , $g_Y(\hat{Y}, \hat{a})$ est positive (resp. négative), alors le point singulier est instable (resp. stable).

Utilisons trivialement ce résultat, où Y est un indicateur économique, où x est vecteur représentant la valeur d'objets économiques, où a est un vecteur, qu'on peut appeler un vecteur de contrôle, représentant des facteurs économiques divers.

Dans le cas où, de manière générale, x_{n+1} est combinaison linéaire des autres composantes, x_1, \dots, x_n , le calcul montre que l'équation différentielle $x' = f(x, a)$ vérifie la condition du théorème

qui vient d'être énoncé: sa dérivée partielle en x , au point (\hat{x}, \hat{a}) est de rang au plus égal à n . On peut alors appliquer la procédure de réduction de Liapounov-Schmidt. Si le rang est de la dérivée, est strictement égal à n , alors, dans la fonction $g(Y, a)$, $Y = x_{n+1}$.

Ce résultat s'applique immédiatement à notre modèle décrivant l'évolution du taux de l'inflation, en posant:

$$x = (x_1, \dots, x_n, x_{n+1})$$

$$x_{n+1} = Y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$a = (z', u, c)$$

$$x_i = f_i(x, a) = \underline{h}_i(x, z', u, c) \quad i=1, \dots, n$$

$$x_{n+1} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \underline{h}_i(x, z', u, c) = f_{n+1}(x, a)$$

Une connaissance approchée des fonctions \underline{h}_i ($i = 1, \dots, n$) permet donc de déterminer un jeu de valeurs $(\hat{x}, \hat{z}', \hat{u}, \hat{c})$ pour lesquelles l'évolution du taux d'inflation est localement nulle, puis une *fonction indicatrice* $g(Y, \hat{z}', u, c)$ dont la nullité détermine les valeurs de (z', u, c) qu'il faut choisir en fonction de Y pour obtenir un taux d'évolution de l'inflation nul, car, en effet, $f(\hat{x}, \hat{a})$ est nul si et seulement si $g(\hat{Y}, \hat{a}) = 0$.

La fonction g définit donc un *jeu* de politiques économiques conduisant à une inflation nulle, dépendant de paramètres plus ou moins contrôlables en fait (mais parfois appelées paramètres de contrôle) que sont le prix des produits importés (que l'on peut plus ou moins taxer), la concurrence intérieure (que l'on peut aussi encourager), et des paramètres u_i : nous avons suggéré dans (2), que u_i était une forme quadratique dépendant principalement du degré de nécessité du bien i , et d'un rapport représentant la part occupée, dans le budget du décideur, par les achats en biens i . On retrouve évidemment ici, de manière sous-jacente, le rôle des politiques salariales et fiscales qui régissent le fonctionnement de l'économie considérée.

Naturellement, se pose à nouveau la question de savoir s'il est possible de réaliser en pratique les conditions données par la fonc-

qui vient d'être énoncé: sa dérivée partielle en x , au point (\hat{x}, \hat{a}) est de rang au plus égal à n . On peut alors appliquer la procédure de réduction de Liapounov-Schmidt. Si le rang est de la dérivée, est strictement égal à n , alors, dans la fonction $g(Y, a)$, $Y = x_{n+1}$.

Ce résultat s'applique immédiatement à notre modèle décrivant l'évolution du taux de l'inflation, en posant:

$$x = (x_1, \dots, x_n, x_{n+1})$$

$$x_{n+1} = Y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$a = (z', u, c)$$

$$x_i = f_i(x, a) = \underline{h}_i(x, z', u, c) \quad i=1, \dots, n$$

$$x_{n+1} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \underline{h}_i(x, z', u, c) = f_{n+1}(x, a)$$

Une connaissance approchée des fonctions \underline{h}_i ($i = 1, \dots, n$) permet donc de déterminer un jeu de valeurs $(\hat{x}, \hat{z}', \hat{u}, \hat{c})$ pour lesquelles l'évolution du taux d'inflation est localement nulle, puis une *fonction indicatrice* $g(Y, \hat{z}', u, c)$ dont la nullité détermine les valeurs de (z', u, c) qu'il faut choisir en fonction de Y pour obtenir un taux d'évolution de l'inflation nul, car, en effet, $f(\hat{x}, \hat{a})$ est nul si et seulement si $g(\hat{Y}, \hat{a}) = 0$.

La fonction g définit donc un *jeu* de politiques économiques conduisant à une inflation nulle, dépendant de paramètres plus ou moins contrôlables en fait (mais parfois appelées paramètres de contrôle) que sont le prix des produits importés (que l'on peut plus ou moins taxer), la concurrence intérieure (que l'on peut aussi encourager), et des paramètres u_i : nous avons suggéré dans (2), que u_i était une forme quadratique dépendant principalement du degré de nécessité du bien i , et d'un rapport représentant la part occupée, dans le budget du décideur, par les achats en biens i . On retrouve évidemment ici, de manière sous-jacente, le rôle des politiques salariales et fiscales qui régissent le fonctionnement de l'économie considérée.

Naturellement, se pose à nouveau la question de savoir s'il est possible de réaliser en pratique les conditions données par la fonc-

tion g . Par ailleurs, insistons sur le fait que l'étude de la stabilité de la fonction g (appelée dans d'autres théories *fonction de bifurcation*), débouche en général sur plusieurs types de comportements selon les valeurs données aux paramètres, et par conséquent *permet d'envisager plusieurs types possibles de politique économique conduisant au résultat souhaité.*

On retiendra également la généralité d'application de la procédure que nous avons suivie, valide pour tous les indicateurs économiques qui dépendent linéairement des variables d'observation.

NOTES

1. Données économiques

Les facteurs qui contribuent à établir, favoriser ou réduire l'inflation, pays par pays, semblent assez bien connus. Nous les répartirons en quatre groupes, que voici.

Facteurs du groupe A

Unanimement citée, figure une donnée exogène que sont les prix des produits importés, en particulier ceux de première nécessité, tels que, selon les cas, des produits agro-alimentaires, des produits énergétiques, des matières premières nécessaires au fonctionnement régulier de l'industrie, voire certains éléments importants de technologie avancée. Ces produits, comme dans certains pays le blé ou le pétrole, figurent de manière plus ou moins directe dans le budget familial. L'augmentation de leur prix renchérit immédiatement le coût de la vie. Ces hausses de prix peuvent finir par réduire la part que les consommateurs peuvent affecter à d'autres achats, en même temps qu'elles alourdissent les charges des producteurs. Pour faire face aux désagréments financiers que ces hausses peuvent engendrer, commerçants et producteurs peuvent anticiper leurs effets, et tenter de les corriger en augmentant à l'avance leurs prix. Un mécanisme de réactions en chaîne peut se développer avec assez de vigueur pour entretenir la croissance de l'inflation. Celle-ci a ainsi tendance à pré-

céder l'élévation des prix des produits étrangers. La baisse de ces prix n'est au contraire répercutée qu'avec un certain retard, les producteurs et les distributeurs s'efforçant de tirer le plus grand bénéfice de cette baisse.

Facteurs du groupe B

Le comportement spéculatif des agents est éminemment fonction de l'état du marché et de ses tendances. Ce comportement dépend également étroitement de l'organisation de la vie économique. Une économie de marché peut être stratifiée en trois secteurs: le premier est celui des biens soumis à la concurrence nationale et internationale, dont les prix ont tendance à résister aux effets de l'inflation. Les tensions inflationnistes sont *a priori* plus faibles sur un marché soumis à forte concurrence, chaque producteur ayant intérêt à pratiquer les prix les plus bas possibles pour conquérir la plus grande part du marché. Les producteurs s'efforcent simplement de répercuter les hausses des prix des matières premières qui entrent dans leurs fabrications, et de tenir compte des tendances inflationnistes locales.

A l'opposé du premier, le troisième secteur est celui des biens soumis à une concurrence faible, comme souvent par exemple celui des services. Les freins à l'appétit financier y sont relâchés. L'agent économique n'hésite pas à pousser au maximum son avantage en forçant les limites d'augmentation du taux de son profit. Ce secteur, où la pression inflationniste a tendance à être la plus forte, joue souvent un rôle moteur dans le mouvement inflationniste, soit parce que les biens qui y figurent ont une valeur symbolique, soit parce que leur poids économique n'est pas négligeable. Un exemple typique de bien jouant un rôle inflationniste polarisant est celui de l'immobilier français jusqu'en 1981. Sa capacité à entraîner l'inflation a résulté de la conjugaison de plusieurs facteurs comme la croyance en la persistance d'un taux élevé d'inflation, la conviction que les emplois sont assurés, des salaires s'adaptant rapidement au taux grim pant de l'inflation, une politique du crédit encourageant le placement dans l'immobilier, une demande forte, expression d'un besoin réel et non satisfait.

Entre ces deux secteurs de biens à l'égard desquels, en présence d'inflation, le marché a tendance à réagir de façon contraire, s'insère un second secteur, celui des biens soumis à la seule concurrence nationale, ou qui sont en phase de transition du troisième vers le premier secteur: les biens du second secteur participent pleinement au processus inflationniste sans cependant jouer un rôle moteur ou un rôle de frein particulier.

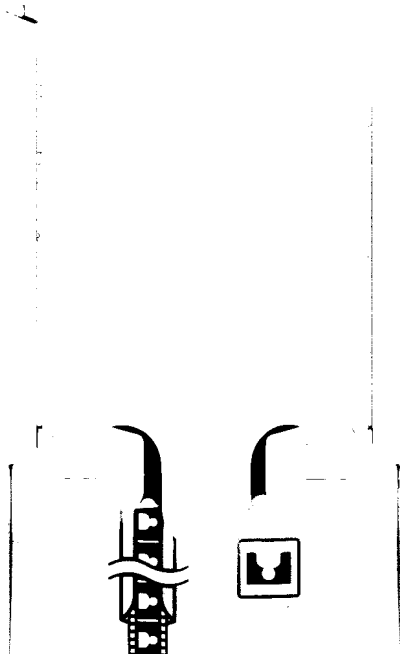
Facteurs du groupe C

Ce troisième groupe comprend l'ensemble des facteurs qui définissent la politique des revenus et des salaires, principalement les pressions fiscales, les taux d'intérêt pratiqués dans les prêts à l'industrie, pour l'achat de biens de consommation courante, pour l'achat de biens immobiliers, les taux des prestations sociales, les salaires proprement dits.

Facteurs du groupe D

Ce dernier groupe comprend l'ensemble des biens nouvellement créés qui, selon les circonstances, peuvent jouer ou non un rôle inflationniste positif. La création de ces biens nécessite en effet un surcroît d'investissement en études, en biens d'équipement, et entraîne un accroissement de la masse monétaire correspondant à la valeur de ces biens nouvellement fabriqués. L'afflux de capitaux encore incomplètement engagés peut alors être un facteur supplémentaire d'inflation. Plus généralement d'ailleurs, les capitaux flottants mal investis peuvent être la source d'effets inflationnistes, comme toutes les dettes publiques qui seraient, à l'excès, épongées selon l'apparence par la création monétaire.

De tous ces facteurs, le facteur salarial, non seulement par la masse monétaire qu'il représente mais surtout peut-être par son poids social et politique, est parmi les plus importants. Lorsque la masse salariale n'augmente pas, les prix ne peuvent plus être élevés car les biens correspondants ne trouveraient plus acquéreurs.



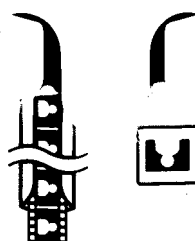
Cette masse salariale tend à rester stationnaire, voire à régresser pendant les périodes où le chômage s'accroît au-delà d'un certain seuil. D'où le lien naturel entre chômage et inflation qui a fait l'objet de nombreux travaux à la suite de Philips. Mais ce lien est indirect, et le chômage en soi ne peut être retenu comme facteur de désinflation. Plein-emploi ou chômage ne sont que des corrélats et non des causes des situations d'inflation ou de désinflation.

2. Éléments pour une analyse de l'énergie financière

Nous allons évaluer ici l'énergie financière effectivement utilisée à un instant donné par les agents d'une strate donnée. Elle est égale à la somme des termes suivants:

- la masse «salariale», diminuée des cotisations sociales et des impôts qui la frappent: $s(1 - f(s))$;
- les autres revenus, diminués des impôts qui les frappent: $r(1 - g(r))$. Ces revenus sont principalement fonction de l'épargne accumulée et de son rapport. Celui-ci est en général fonction du lieu de placement, principalement l'état, le mobilier, l'immobilier;
- les subventions reçues v , qui concernent principalement l'industrie;
- les emprunts d , utilisés à la date considérée;
- en négatif, figurent les intérêts et agios associés aux emprunts: on pourrait les faire apparaître dans le second membre de l'égalité; ils représentent le prix à payer pour l'achat d'un service. Si $x_n(t)$ est le prix d'achat annuel, à la date t , de 1 F d'emprunt sur n années, si $d_n(t)$ est la somme empruntée à la date t , le coût du crédit correspondant, à la date t , est $x_n(t)d_n(t) = x_n(t) \cdot d_n(t)$ si $t \leq t + n$ (on a supposé constant au cours des ans le taux de l'intérêt). Le coût total des crédits est alors:

$$\sum_{\underline{t} \leq t, t \leq \underline{t} + n} x_n(t)d_n(t) = b(t)$$



— en négatif figurent également les sommes épargnées, e . On peut estimer qu'elles sont fonction croissante des salaires et des revenus, fonction décroissante des dettes $b(t)$. On peut donc poser que le taux d'épargne est donné par la relation:

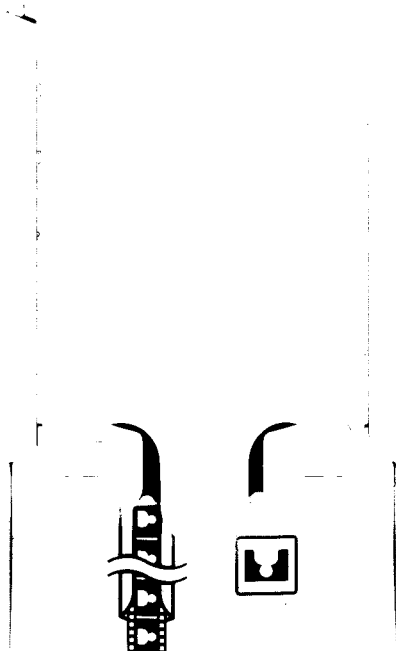
$$e' = w(r, s, b)$$

et que l'épargne est une primitive de w , e . Au total:

$$E = s(1 - f(s)) + r(1 - g(r)) + v + \underline{d} - b - e.$$

Remarques

1. Si l'état forme la strate considérée, s représente l'ensemble des taxes qu'il perçoit, \underline{d} représente non seulement le montant de ses emprunts mais aussi la quantité de monnaie créée par l'institut d'émission, qui correspond souvent à une forme d'emprunt cachée auprès de la nation.
2. Dans le cas d'un commerce ou d'une industrie, s représente le produit de la vente des biens stockés ou fabriqués.
3. Les emprunts peuvent éventuellement être faits sur les réserves propres à chaque agent (son épargne, son capital). Ces emprunts sont destinés au financement immédiat ou différé de biens de consommation, de biens d'équipement, d'investissements divers destinés à la fabrication de produits nouveaux.
4. Pour la strate des agents les moins rémunérés, on peut sans doute considérer r comme négligeable. Les salaires reçus par les banques sont égaux aux intérêts des prêts qu'elles ont consentis.
5. Il est clair que la rationalité et l'équité sont loin de toujours présider à l'organisation de la vie économique. Prenons le cas de la fonction d'endettement $b(t)$. Supposons qu'un prêt ait été établi pendant une période d'inflation élevée, de sorte que le taux d'intérêt qui a servi de base au calcul de l'endettement ait lui-même eu une valeur élevée. Si l'inflation vient à chuter, la part de



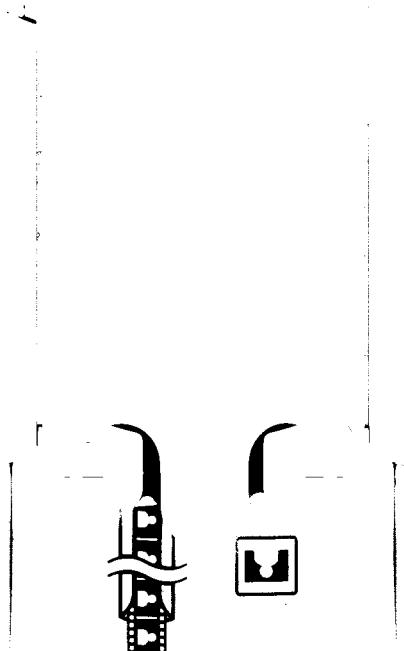
l'endettement se maintient à un même niveau. Si celui-ci pouvait être jugé supportable sur une période de courte durée, il devient financièrement et psychologiquement intolérable sur une longue période. Absorbant une part trop importante des ressources, il prévient le développement normal des achats, et par là il est économiquement nuisible. Accordant un privilège injustifié au prêteur dont les gains sont amplifiés par la chute de l'inflation, il est économiquement injuste. La réglementation en vigueur devrait donc être modifiée de manière que les taux des emprunts soient révisables, ce qui permettrait de maintenir dans des proportions équitables les taux de perte et de profit des banques.

RÉSUMÉ

Dans cet article, l'auteur propose des définitions analytiques de ce qu'il appelle le taux instantané d'inflation, et le taux moyen d'inflation. Il propose ensuite un modèle qui permet de suivre l'évolution des vitesses des prix. Le théorème des fonctions implicites, joint à une hypothèse mathématique-économique raisonnable, permet de conclure à l'existence de politiques économiques à taux instantané d'inflation nul, déterminées par un vecteur prix x dépendant de paramètres (prix des produits importés, concurrence intérieure, paramètres de nécessité). L'auteur montre enfin comment utiliser un résultat récent en théorie des singularités appliquée à l'étude des systèmes dynamiques. Il montre que ce résultat s'applique lorsqu'un indicateur économique que l'on cherche à maîtriser dépend linéairement de variables d'observations dont on connaît les vitesses d'évolution. Ce qui est en particulier le cas où l'indicateur économique est le taux d'inflation.

ABSTRACT

In this article, the author proposes analytical definitions of what he calls the instantaneous rate of inflation, and the mean rate of inflation. Then he proposes a model for the evolution of the prices. The implicit function theorem, together with a reasonable mathema-



tical-economical hypothesis, allows to conclude to the existence of economical politics with a null instantaneous rate of inflation, which are determined by a price vector x depending on parameters (prices of imported products, internal competition, parameters of necessity). At last, the author shows how to use a recent result in the theory of singularities applied to dynamical systems. He shows how to use this result when an economical index that one strives to guide is linearly dependent on observable variables whose speed of evolution are known. In particular, this is the case when the economical index is the rate of inflation.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

1. Blardone, G. (1984), «Capital financier, production, endettement», *Economie et Sociétés*, Hors série n° 26 (1984), pp. 23-48.
2. Bruter, C.P. (1984), «Catastrophes locales en économie», *Economie Appliquée*, 32, 1, pp. 123-141.
3. Golubitsky, M. and D. Schaeffer (1985), «Singularities and Groups in Bifurcation Theory», Springer-Verlag, Berlin.
4. Perroux, F., J. Denizet et H. Bourguignat (1971), *Inflation, dollar, euro-dollar*, Gallimard, Paris.