CHAPITRE II

SUR LA PERTINENCE DES MODÈLES[1]

Introduction

Avant d'aborder, de manière plus formelle et savante, l'examen des propriétés des modèles, il convient d'examiner quelques règles élémentaires qu'il serait souhaitable de respecter pour parvenir à construire des modèles pertinents.

Nous nous proposons de redonner vigueur à quelques thèses classiques. Celles-ci paraissent tellement évidentes qu'elles échappent parfois à l'attention. Par cette négligence, le progrès de la connaissance peut venir à marquer le pas. Aussi, encouragés dans cette voie par quelques-uns de nos collègues biologistes, nous a-t-il paru opportun de rappeler ces thèses, en donnant la parole, le plus souvent possible, à nos grands anciens qui sont aussi nos guides.

2.1 Du fait vers la formule

Nous savons que la connaissance joue un rôle essentiel dans la survie et dans le développement de l'espèce. Et

1. Nous voudrions remercier le Pr L. Baillaud (physiologie végétale), qui nous a incités à écrire ce texte. Nous remercions également vivement le Pr A. Kastler, qui a mis entre nos mains les quatre volumes pesants des traités britanniques [15], [22]. Le texte de ce chapitre a paru dans le *Bulletin du Groupe d'étude des rythmes biologiques*, vol. 8, n° 6, 1976, p. 185-200, dans la revue *Economies et sociétés*, n° 29, 1977, p. 533-552, et dans le *Bulletin de l'Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public*, n° 309, 1977, p. 471-492, sous le titre : « La Formule et le Fait ».

que la connaissance est en premier lieu le fruit de l'observation.

N'est pas bon observateur qui veut ; certains ont la vue courte, d'autres ont le regard perçant, c'est là un fait évident de nature auquel nul n'échappe. L'exercice de l'observation, la familiarité avec l'objet à étudier, l'intérêt qu'on lui porte sont quelques-uns des facteurs qui permettent d'accroître la qualité de cette observation : les Esquimaux en arrivent à former plusieurs dizaines de mots pour caractériser les différents états de la neige ; la langue arabe possède plus de quatre cents termes pour décrire le chameau et exprimer les rapports du nomade avec cet animal familier.

Les artifices que nous devons à l'ingéniosité humaine peuvent nous permettre de suppléer à nos déficiences naturelles, voire de décupler nos facultés sensitives. L'étendue du savoir, l'agilité combinatoire de l'esprit conduisent à faire des rapprochements, à saisir les analogies, à procéder à des expériences qui justifient les intuitions ou mettent en évidence des propriétés nouvelles.

Les qualités de l'observateur sont donc fonction de faits de nature, sur lesquels le sujet peut difficilement agir, et de faits de culture : ces qualités dépendent de la formation reçue, et de la volonté que l'observateur déploie à en développer les aspects positifs.

Après avoir rassemblé les faits qui lui paraissent présenter des propriétés de stabilité, soit dans leur état, soit dans leurs rapports de causalité, le savant tente d'exprimer les relations qu'il remarque entre phénomènes, non plus seulement par le verbe, mais aussi par le nombre. Il tente de quantifier ses observations, de les relier entre elles par des relations fonctionnelles. Il essaie de trouver des chaînes causales qui justifient les apparitions successives ou concomitantes de ces propriétés. Pendant cette phase de recherche, libre cours est laissé à l'imagination. « Les rêveurs scientifiques qui semblent perdus dans leurs spéculations sont à leur manière des hommes pratiques : l'application vient quelquefois de surcroît. La source tarirait promptement, si un esprit exclusivement utilitaire venait à dominer dans nos sociétés trop préoccupées de jouissances positives [18]. » L'esprit est en droit d'exprimer les pensées les plus hardies, les plus folles, selon l'apparence. Les réponses incorrectes s'évanouiront dans les vapeurs de

l'oubli ; les solutions justes, au contraire, s'enracineront, et finiront petit à petit par s'imposer.

Au terme de cette période de rêve, la pensée *réduit*, résume en énoncés et en formules l'essentiel de ses observations et de ses déductions. La réalité est donc *tronquée* au cours d'un processus qui comporte deux étapes principales : la première se situe au niveau de l'observation, la pensée ne retient que certains traits pertinents de l'objet en cours d'examen ; la seconde apparaît au niveau de l'expression de la pensée, qui peut se laisser aller à la facilité, en ne choisissant pas le terme exact, en écourtant son discours.

Dans certains cas simples, la réalité apparente peut être décrite au moyen du seul langage mathématique. Celui-ci, par son vocabulaire et par sa syntaxe, est d'apparence très pauvre ; mais il contient en lui des potentialités d'une richesse exceptionnelle [5]. Son déchiffrage, qui est l'œuvre des mathématiciens, se révèle très difficile. Immense dans son étendue, ardu à apprendre, il décourage souvent les bonnes volontés du public qui s'en tient malgré lui à la connaissance de la signification de quelques symboles et de quelques termes. Il est souvent difficile d'exprimer l'idée vraie dans sa langue maternelle ; à plus forte raison dans ce langage ésotérique.

2.2 La formule contre le fait

« C'est la première liaison du concret et de l'abstrait qui a toujours été la difficulté la plus grande dans l'application des mathématiques à l'étude des réalités ; une fois cette liaison établie sur un point, le développement relativement aisé des théories abstraites fournit rapidement de nouveaux sujets d'études et de recherches, de nouvelles analogies. »

A ces remarques d'Émile Borel [2], font écho aujourd'hui celles de Pierre Delattre [8] : « La rigueur que possède la mathématique, dans son propre domaine, ne se transmet pas automatiquement aux disciplines qui en font usage. La mathématique est en fait une syntaxe, qui ne garde sa valeur que lorsqu'elle est appliquée à une sémantique précise et cohérente. De là résulte la nécessité de procéder à une analyse conceptuelle très soignée avant toute mathématisation, si l'on veut éviter d'aboutir à des propositions illusoirement précises, voire à de véritables calembours logiques. »

Voici un exemple classique [14] de calembour logique qui permet de « montrer que -1 est égal à $+1$:

$$(-1) = i^2 = ([-1]^{1/2})^2 = ([-1]^2)^{1/2} = 1^{1/2} = +1 \text{ ».}$$

Même en mathématiques, le symbole est enrobé de signification. Il importe, au moment où l'on jette les bases du modèle, puis lorsqu'on en développe les propriétés, de bien être assuré, à chaque pas, de la pertinence sémantique des symboles, des expressions, de leurs enchaînements.

Il est probable que l'attention portée à ces questions linguistiques est insuffisante. On ne peut qu'être étonné en effet du nombre de modèles mathématiques proposés dans toutes les disciplines, et du peu d'usage qu'en retiennent les praticiens. Les modèles ne sont le plus souvent que des feux de paille éteints aussitôt qu'allumés. Mais ils permettent à leurs auteurs de faire mention de publications, en même temps on peut tenir leur prolifération comme l'expression d'un exercice qui vise à entretenir et développer l'art de construire des modèles. Ils contribuent par ailleurs à la diffusion des concepts nouveaux à travers toutes les disciplines, et par là ils annoncent l'apparition future de modèles signifiants.

Nous ne devons pas protester trop fort contre le faible pouvoir opératoire des modèles existant à l'heure actuelle. Non seulement parce qu'il n'est pas toujours aisé de mieux faire, mais davantage parce que nous savons que le prix imposé pour aboutir à une création de qualité est toujours extraordinairement élevé. La communauté scientifique, ceux qui la dirigent doivent accepter cette donnée avec philosophie, faire preuve d'indulgence, de patience et de ténacité.

Les auteurs de modèles doivent également accepter la critique avec non moins de sagesse et savoir tirer les leçons des échecs et des erreurs de direction. Nous avons, dans d'autres textes [3], [4], indiqué et justifié nos réticences à l'égard des modèles probabilistes, ou des modèles inspirés par la théorie des automates. Entre le hasard pur auquel on pourrait rattacher les premiers modèles, et la

conception sans souplesse qui caractérise les seconds, les modèles plus flexibles de la géométrie paraissent mieux adaptés pour évoquer la plénitude de la vie. Nous avons exprimé nos doutes les plus sévères sur la valeur des modèles économiques actuels, même et peut-être surtout sur les plus savants d'entre eux [6]. Comment peut-on faire des modèles approfondis quand les concepts de base, comme celui de la valeur, ne sont pas encore formalisés ? Et que dire des problèmes de stabilité quantitative ? Les économistes, tel François Perroux, savent, eux, que l'économie n'est encore qu'une discipline à « intention scientifique » [18]. Le fait que quelques excellents mathématiciens s'attellent à l'économie théorique telle qu'on la pratique de nos jours n'est nullement un gage de la pertinence de ces théories.

Mais le langage mathématique exerce une sorte de fascination sur la majorité des chercheurs de toute discipline. L'emploi de ce langage fait savant. Comme il a permis à la science et à la technique d'accomplir d'incontestables progrès, nous croyons tous qu'il faut s'efforcer de donner une expression plus *géométrique* de la réalité sensible. Pourtant, l'emploi magique de la « formule » peut, en fait, servir de masque à la facilité et à la compréhension véritable.

Dans la préface de l'ouvrage qu'ils ont publié en commun, W. Thomson, physicien plus connu sous le nom de lord Kelvin, et P.G. Tait, mathématicien célèbre, ont mis en garde leurs lecteurs et le monde universitaire [23] :

« Rien ne peut être plus fatal au progrès qu'une confiance trop assurée dans les symboles mathématiques ; car l'étudiant n'est que trop apte à emprunter la voie la plus facile, et à considérer la *formule* et non le *fait* comme la réalité physique. »

Sans doute convient-il d'insister sur cette facilité, qui tourne aisément à la légèreté. Selon la loi du moindre effort, d'une part on s'en tient à la surface de l'observation, et d'autre part on tente de ramener la description à un trait unique, codifié en une formule élémentaire. Dans le meilleur des cas, deux ou trois propriétés sont posées en axiomes, à partir desquels on raisonne en isolant en général l'objet de son contexte. Or, il faut le dire, on peut toujours établir une tour de Babel de conséquences de ces quelques données initiales. Les mathématiciens sont particulièrement *habiles* à ce genre d'exercice. Mais, en dehors du champ des mathématiques, les déductions qu'on nous propose sont trop souvent des affirmations sans destin. Le mathématicien n'en a cure.

Virtuose du langage abstrait, il subjugue les foules comme un concertiste. L'admiration du public pour la facilité et l'habileté peut finir par nuire au mathématicien lui-même et à la science tout entière. L'orgueil naturel, que nous rapprocherions plutôt du sentiment noble de la dignité de soi, est perverti. Trop conscient de ses dons, parfois limités à une parcelle de l'activité intellectuelle, le mathématicien estime appartenir à une société supérieure, dont les membres cultivent l'élitisme : certains éléments de cette corporation souffrent alors de complexes d'infériorité à l'égard des représentants les plus actifs et les plus brillants de leur caste, et peuvent finir par acquérir une mentalité de petit Blanc.

Peut-être Montesquieu a-t-il essuyé leurs sarcasmes ? « Je n'estime pas plus un homme qui s'est appliqué à une science, que celui qui s'est appliqué à une autre, si tous deux y ont apporté de l'esprit et du bon sens. Toutes les sciences sont bonnes et s'aident les unes les autres. Je ne sache que le maître à danser et le maître d'armes de Molière qui disputent sur la dignité et la préférence de leur art. Je dis tout cela contre les géomètres... » (Pensée 678). La suite du texte de Montesquieu n'est pas moins mordante ni moins pertinente[2] [16].

Deux siècles plus tard, c'est toute l'activité scientifique qui est rongée par le mal. Au temps des Grecs, et même au Moyen Age, le barbare était l'habitant de la cité voisine. Aujourd'hui, l'agressivité humaine se transpose à un autre niveau, plus spirituel si l'on veut. Le sauvage, qui n'est pas forcément bon, est celui qui n'a pas l'honneur de pratiquer la même discipline intellectuelle que le véritable apôtre du savoir. A. Giard [10] dénonce déjà la « spécialisation nécessaire et avantageuse à beaucoup d'égards, mais dont la conséquence la plus fâcheuse est que chaque spécialiste arrive trop vite à considérer comme seuls dignes d'intérêt les objets dont il s'occupe et la manière dont il s'en occupe ». On peut se demander si les cinquantes années qui se sont écoulées depuis l'écriture de ce propos, ont été

2. L'attaque n'est pas nouvelle ; cf. Platon, *La République* (Livre VII) : « Dans l'état présent des choses, ceux qui sont doués pour ces recherches ont trop de présomption pour l'écouter. »

marquées par un progrès ou par une régression. Le texte suivant d'Henry O. Pollack [20] décrit, avec un fond d'humour, un aspect de la situation présente, en dépit de la saine réaction en faveur de la pluridisciplinarité : « Voyez ce même étudiant quatre ans plus tard ; bien trop souvent, une simple petite branche de mathématiques présente à ses yeux de l'intérêt ; tout le reste, c'est de la foutaise. Il est vrai que, pour obtenir un diplôme de recherche, il est presque nécessaire de devenir un expert mondial sur un sujet particulier. Mais ceci n'implique pas qu'il doive croire que tous les autres sujets sont dépourvus de valeur et d'intérêt. Je crains que cette attitude soit même parfois copiée sur celle de leurs aînés en mathématiques. » L'auteur aurait pu également rappeler la concurrence sévère qui existe au sein du monde scientifique, et que l'excès de lutte engendre la mort.

On ne peut quitter ce sujet sans faire mention de ce bon texte d'Errett Bishop [1] : « Je veux discuter aujourd'hui d'une raison fondamentale de l'application irréfléchie si fréquente des mathématiques, l'arrogance des mathématiciens. J'ai fait l'expérience de cette arrogance depuis le début de mes travaux sur la philosophie des mathématiques et je suis certain que vous, les historiens, l'avez aussi subie. Des gens m'ont dit littéralement qu'en prouvant des théorèmes, je faisais quelque chose d'original et de valable, mais que lorsque je réfléchissais à des questions philosophiques, je ne pouvais rien faire de profond. Ce préjugé, qui veut que tout travail valable soit technique dans le sens mathématique, a engendré un sentiment d'infériorité chez les économistes, les sociologues, etc., comme s'ils avaient l'obligation de mathématiser bien souvent au détriment de la *signification réelle* de leur œuvre. »

C'est en effet à l'étude de la signification profonde des œuvres des savants d'autres disciplines que le mathématicien doit s'attacher, s'il veut faire œuvre « pratique ». Il n'est pas dit que tous les mathématiciens soient aptes à saisir toutes les subtilités de ces esprits souvent littéraires. On peut être vif et habile ; on n'est pas forcément toujours sensible ni très profond. Et peut-être les secondes qualités sont-elles parfois des freins au développement des premières, et inversement. Quand on croit deviner qu'une richesse de causes prélude à l'apparition d'un phénomène, le modèle sauvage qui décrit cet événement fait repoussoir ; dans ces cas, la recherche du théorème semble devenir un exercice scolastique et pédant.

Le psychophysiologiste Robert Jung [13] note que « le fait que les modèles aient des corrélats anatomiques n'est pas toujours un critère suffisant pour assurer leur succès ». Il cite comme exemple « quelques modèles intéressants développés sur des bases histologiques et synaptiques exactes, tels que ceux de Pitts et McCulloch pour le cortex visuel, (qui) n'ont jamais été confirmés expérimentalement ». La connaissance de ces bases, aujourd'hui tout à fait insuffisante, interdit en effet le succès de tout modèle fin.

Un des préalables à la construction d'un modèle éventuellement significatif est l'intelligence très approfondie de la matière dans laquelle on cherche à appliquer les mathématiques. Cette affirmation peut paraître banale. En effet, malheureusement, cette intelligence fait souvent défaut ; parfois chez les plus grands spécialistes de la discipline en question, même s'il leur arrive de prétendre, pour le bon renom de leur personne ou celui de leur corporation, avoir accès à une compréhension bien travaillée. Dans ce cas, bien souvent, le mathématicien, par sa formule, tronquera encore davantage la réalité qu'il prétendra décrire, et son travail sera vain. Mais, parfois, le mathématicien atteindra le niveau de compétence des plus grands créateurs ou des meilleurs spécialistes, et l'apport de ses réflexions, des concepts et des techniques qu'il utilise dans sa propre discipline permettra de faire des progrès décisifs. Ceux de l'astronomie, des cosmogonies, de la physique ont été marqués par les travaux de savants illustres qui possédaient à fond l'outil mathématique.

On peut rencontrer des situations où la compréhension du spécialiste est profonde. Ses intuitions le poussent à introduire de nouveaux concepts, à avancer des explications nouvelles, ou des schémas d'explication qu'il a du mal à exprimer, à formuler, parfois même à rendre cohérents. Le mathématicien, d'ordinaire, ne s'arrête pas à examiner les écrits de ces auteurs, jugés peut-être trop « littéraires » ; a-t-il le temps, en effet, de s'adonner à de pareilles lectures ? Sa fonction est de produire rapidement des modèles mathématiques.

A l'inverse, des efforts patients et ardents de réflexion sur ces textes peuvent conduire à des réussites exceptionnelles. L'attitude de Maxwell est en tout point exemplaire, et son témoignage, qu'il expose avec tant de ferveur, est capital pour la défense et l'illustration de nos points de vue.

2.3 Les leçons de Maxwell

« Avant de commencer l'étude de l'électricité, je pris la résolution de ne pas lire de mathématiques sur ce sujet, avant d'avoir parcouru *les Recherches expérimentales sur l'électricité* de Faraday. Je savais que l'on pensait qu'il y avait une divergence de vue sur la manière dont Faraday d'une part et les mathématiciens de l'autre concevaient les phénomènes, si bien qu'aucune des parties n'était satisfaite du langage de l'autre. J'étais également convaincu que ce désaccord ne provenait pas d'une erreur d'un côté ou de l'autre. Je dois cette conviction à sir William Thomson ; je lui dois également l'essentiel de ce que j'ai appris sur le sujet, par son aide, ses conseils, ses publications.

« En poursuivant l'étude de Faraday, je perçus que sa méthode de concevoir les phénomènes, bien que n'étant pas exprimée sous la forme conventionnelle de symboles mathématiques, était également de type mathématique. Je découvris que ces méthodes pouvaient s'exprimer dans les formes mathématiques ordinaires, et ainsi être comparées à celles des mathématiciens professionnels.

« Par exemple, Faraday voyait dans son esprit des lignes de force traversant tout espace là où les mathématiciens voyaient des centres de force attirant à distance : Faraday recherchait le siège du phénomène dans l'action réelle qui se produisait dans le milieu ; les mathématiciens étaient sûrs de l'avoir trouvé dans un pouvoir d'action à distance, agissant sur les fluides électriques.

« Après avoir traduit en mathématiques ce que je considérais comme étant les idées de Faraday, je trouvais qu'en général les résultats de ces deux méthodes coïncidaient, de sorte que les deux méthodes permettaient d'expliquer les mêmes phénomènes et de déduire les mêmes lois d'action ; mais je trouvais aussi que la méthode de Faraday ressemblait à celles dans lesquelles, partant du tout, on arrive aux parties par l'analyse, tandis que les méthodes mathématiques ordinaires étaient fondées sur le principe qui consiste à prendre d'abord en considération les parties pour construire par synthèse le tout[3].

« Je trouvais également que quelques-unes des méthodes de recherche les plus fertiles découvertes par les mathématiciens pouvaient être exprimées de bien meilleure façon dans les termes, les idées de Faraday, que dans leur forme originale. »

Maxwell poursuit dans sa préface, deux pages plus loin : « Je me suis limité presque entièrement au traitement mathématique du sujet, mais je recommanderais à l'étudiant, après qu'il eut appris, si possible expérimentalement, quels sont les phénomènes à observer, de lire avec soin *les Recherches expérimentales sur l'électricité* de Faraday. Il y trouvera un compte rendu historique, strictement contemporain, de quelques-unes des découvertes et recherches électriques les plus grandes, réalisées dans un ordre de succession qui aurait pu difficilement être amélioré si le résultat en avait été connu dès le début, et exprimées dans le langage d'un homme qui porte beaucoup d'attention à la description précise des opérations scientifiques et de leurs résultats.

« L'étudiant aura intérêt à lire les mémoires originaux sur le sujet qu'il travaille, quel que soit celui-ci ; car la science est toujours plus complètement assimilable quand on l'étudie dans son état naissant. »

Toutes ces lignes sont extraites de la préface de son traité [15]. Dans le cours de ce livre, au volume 2, il incite à nouveau le lecteur à se pencher sur l'ouvrage de Faraday. Voici en quels termes : « 528. La découverte par Oersted de l'action magnétique d'un courant électrique a conduit, par un processus direct de raisonnement, à la découverte de la magnétisation par les courants électriques, et de l'action mécanique entre les courants électriques. Cependant, ce ne fut pas avant 1831 que Faraday, qui avait essayé depuis quelque temps de produire des courants électriques par une action magnétique ou électrique, découvrit les conditions de l'induction magnéto-électrique. La méthode employée par Faraday dans ses recherches était fondée sur un appel constant à l'expérience connue, moyen de vérification de ses idées, et sur l'approfondissement constant de

3. Nous n'aborderons pas dans ce texte l'examen de ce point important de la méthodologie scientifique (cf. par exemple [4]).

celles-ci sous l'influence directe de l'expérience. Dans ses publications sur ses recherches, nous trouvons ces idées exprimées dans un langage qui est d'autant mieux adapté à une science naissante qu'il est quelque peu étranger au style des physiciens accoutumés à établir des formes mathématiques de pensée.

« La recherche expérimentale par laquelle Ampère établit les lois de l'action mécanique entre les courants électriques est l'une des plus brillantes réussites de la science.

« L'ensemble, théorie et expériences, semble avoir jailli pleinement adulte et tout armé du cerveau du "Newton de l'Électricité". La forme en est parfaite, la précision inattaquable, et se résume en une formule d'où l'on peut déduire tous les phénomènes, et qui demeurera la formule cardinale de l'électrodynamique.

« Cependant, la méthode d'Ampère, bien que moulée dans une forme inductive, ne nous permet pas de suivre la formation des idées qui l'ont guidée. Nous pouvons difficilement croire qu'Ampère a vraiment découvert la loi de l'action au moyen des expériences qu'il décrit. Nous en venons à soupçonner – en fait, il nous le dit lui-même – qu'il a découvert cette loi par un procédé qu'il ne nous montre pas et qu'après avoir construit une démonstration parfaite, il a ôté toute trace de l'échafaudage au moyen duquel il l'avait bâtie.

« Faraday, au contraire, nous montre aussi bien ses échecs que ses expériences réussies, ses idées latentes aussi bien que celles qui se sont développées, et le lecteur, si inférieur à lui en pouvoir d'induction, éprouve plus encore de sympathie que d'admiration ; il est tenté de croire que si l'occasion lui en était offerte, il pourrait, lui aussi, devenir un découvreur. Tout étudiant devrait donc lire les recherches d'Ampère comme un splendide exemple du style scientifique dans la présentation d'une découverte, mais il devrait aussi étudier Faraday pour cultiver un esprit scientifique, au moyen de l'action et de la réaction qui se produiront entre les faits nouveaux présentés par Faraday et les idées qui prendront naissance dans son propre esprit.

« Ce fut peut-être un bénéfice pour la science que Faraday, bien que pleinement conscient des formes fondamentales de l'espace, du temps et de la force, n'ait pas été un mathématicien déclaré. Il n'était pas tenté de se plonger dans les nombreuses recherches intéressantes de pure mathématique que ses découvertes lui auraient suggérées si elles avaient été présentées sous une forme mathématique, et il ne se sentait obligé ni de forcer ses résultats à prendre une forme acceptable au goût mathématique de l'époque, ni de les exprimer sous une forme peu susceptible d'être attaquée par les mathématiciens. Il eut ainsi la liberté de faire son travail personnel, d'accorder ses idées à ses faits, et de les exprimer dans un langage naturel et non technique. »

2.4 Sur la première leçon : « Il faut prendre l'idée de celui-là même qui l'a inventée »

Cette formule d'Alain résume la première leçon que nous rappelle Maxwell. Leçon antique, on la trouve déjà chez Platon, mais tant de fois négligée ! La lecture du créateur apporte plus à l'entendement, enrichit davantage que ne semble pouvoir le faire n'importe quel épigone.

La pédagogie universitaire pourrait tenir compte de cette remarque. Le professeur renvoie-t-il assez l'étudiant à la lecture des fondateurs ? Comme on le fait dans le secondaire pour les lettres classiques, on pourrait également réunir des textes scientifiques importants, et passer quelques heures à les commenter. Un professeur d'histoire des sciences serait chargé de ce rôle. A un niveau plus élevé, l'étudiant rédigerait un petit rapport sur l'historique d'une découverte contemporaine, afin, principalement, que soit suscité en lui l'intérêt pour la pensée d'autrui.

Il fut un temps, en France, où l'on ne dédaignait pas ce contact avec les maîtres du passé. Ainsi Alfred Kastler, lorsqu'il était à l'École normale, dut faire un exposé sur Ampère. Qui peut apprécier, avec exactitude, l'incidence secrète de ce petit travail d'histoire sur la carrière du prix Nobel ? L'école française de physique aurait-elle gagné à la lecture des traités de Maxwell [15] et de Thomson et Tait [23], qui dormaient dans les réserves de la bibliothèque de l'École normale (les pages 41 à 96 du second de ces traités [édition de 1879] n'étaient même pas découpées) ? Des expériences de formation « nouvelle » portant sur quelques décennies permettraient sans doute d'asseoir la valeur d'une réponse.

Il va sans dire que la doctrine qui est présentée ici est applicable à toutes les disciplines. Les éditeurs y trouveraient leur compte : on publierait à nouveau les ouvrages des grands précurseurs, et si possible leurs éditions princeps où l'on peut goûter la fraîcheur de la première pensée.

Chez les naturalistes, l'œuvre de Buffon, par exemple, gagnerait, semble-t-il, à être mieux connue. On sait l'intérêt que portait ce grand savant aux mathématiques ; les travaux et les réflexions qu'elles lui ont inspirés gardent toute leur jeunesse. Ses idées sur la perception physiologique [7] mériteraient encore d'être examinées. Et ces lignes ne pourraient-elles pas intéresser les embryologistes : « Les vrais ressorts de notre organisation ne sont pas ces muscles, ces veines, ces artères, ces nerfs, que l'on décrit avec tant d'exactitude et de soin ; il existe, comme nous l'avons dit, des forces intérieures dans les corps organisés, qui ne suivent point du tout les lois de la mécanique grossière que nous avons imaginée, et à laquelle nous voudrions tout réduire : au lieu de connaître ces forces par leurs effets, on a tâché d'en écarter jusqu'à l'idée ; on a voulu les bannir de la philosophie : elles ont reparu cependant, et avec plus d'éclat que jamais, dans la gravitation, dans les affinités chimiques, dans les phénomènes de l'électricité... » ?

2.5 Sur la seconde leçon : les dangers de l'algébrose

Buffon ne s'exprime ni à l'aide de symboles ni par le truchement de formules mathématiques. Il n'en est pas moins quelqu'un d'intelligent[4]. En n'employant que le langage vernaculaire, la portée de son expression paraît au contraire plus grande, la sémantique plus étendue et plus riche.

Dans un discours purement littéraire, le savant décrit, met en évidence des faits saillants : on pourrait parfois les dénommer axiomes, propositions, lemmes ou théorèmes. On peut s'efforcer d'écrire à la manière des penseurs du XVII[e] siècle comme Descartes ou Spinoza : *more geometri-*

4. Je réponds ici à R. Thom qui, de manière sans doute trop brève, concluait un article sur ces mots : « Seul le mathématicien a le droit d'être intelligent. »

co. Bien souvent le savant propose des conjectures. Il manipule entre elles toutes ces idées pour en tirer des conclusions, des thèses, des prophéties. Il simule et démontre à sa manière.

Naturellement, l'expression diffère, dans son apparence scripturaire, de celle du mathématicien. Le symbole que celui-ci emploie n'est que l'image brève d'un discours plus ou moins long, dont la sémantique est figée. S'il tenait à supprimer les symboles de sa rhétorique, on ne pourrait faire de distinction entre le texte littéraire et celui du mathématicien. Simplement, mais ce point est important, on constaterait la pauvreté du vocabulaire mathématique en regard du vocabulaire littéraire. Les mots de ce vocabulaire renvoient à des événements, à des faits ou à des propriétés d'une très grande complexité ; dans son désir réductionniste, le langage mathématique souhaiterait ramener cette complexité à des schémas symboliques standard ; il est à l'heure actuelle incapable de procéder à une telle réduction. Dans une certaine mesure, la mathématique est trop simpliste.

Mais, à la faveur de cette simplicité, la rigueur logique de l'enchaînement des pensées semble plus nette chez le mathématicien – qui, notons-le, se laisse parfois surprendre par des raisonnements subtils mais faux. Selon l'apparence, la démonstration mathématique, dans l'ordre des causes et des implications, ne connaît aucune faille. L'explication paraît parfaite. Pourtant, déjà à ce niveau, il est le plus souvent impossible matériellement de transcrire ces explications dans le seul langage mathématique irréprochable, celui de l'arithmétique.

Naturellement, l'exposition littéraire donne l'impression d'une solidité beaucoup moins assurée. On peut voir plusieurs causes au caractère parfois laxiste de l'argument littéraire. D'abord une clause de style, pleine de vertu. On permet au mathématicien de répéter vingt fois de suite le même symbole. Le littéraire doit au contraire éviter les redites : pour ne pas lasser le lecteur et l'endormir par la litanie ; à cette raison classique s'en adjoint une seconde, plus sérieuse : un seul terme ne suffit pas à évoquer dans l'esprit du lecteur la plénitude des propriétés que possède un objet ; on décrit mieux celui-ci en l'examinant sous plusieurs facettes au lieu d'une seule, et chaque examen suggère l'emploi d'un terme nouveau.

De cette seconde raison découlent également, en partie, les parenthèses, les excroissances du discours qui peuvent momentanément écarter l'auteur du sujet principal qui l'occupe. Les digressions finissent parfois par masquer et faire oublier la continuité dans la démonstration.

La richesse du thème à traiter oblige fréquemment à faire appel à une multitude de causes plus souvent implicites qu'explicites, à opérer des raccourcis, à user pour cela d'analogies et de métaphores, ces premières étapes sur la voie du symbole, à indiquer les degrés les plus voyants d'un cheminement mental que le lecteur reconstitue au sein des strates cachées de son propre inconscient.

Bien que, d'un jour à l'autre, ne cessent de s'accroître la matière et le préalable des connaissances nécessaires à la création de toute nouvelle œuvre mathématique, il n'en reste pas moins vrai que les sujets abordés dans les articles des mathématiciens sont d'une simplicité remarquable comparés aux thèmes dont s'occupent par exemple les économistes ou les psychologues. Et si déjà, comme nous l'avons rappelé, il paraît impossible de transcrire la grande majorité des travaux mathématiques dans le langage rigoureux de l'arithmétique, la transcription de travaux non mathématiques dans ce langage semble tout à fait impensable.

Cette pauvreté relative du vocabulaire du mathématicien, des sujets qu'il traite, peut finir par avoir une incidence inquiétante sur sa manière d'appréhender le monde. Non seulement il finit par ne croire qu'à la seule vertu des modèles mathématiques, par se convaincre que seul le mathématicien est capable de faire un travail sensé, mais encore, par l'exercice seul des mathématiques, il ruine sa sensibilité, en réduisant le monde extérieur à des schémas simplistes et sclérosés, en prenant l'habitude de vivre constamment dans un monde abstrait, où l'on ne pratique qu'un type d'exercice mental, astreint aux contraintes d'un vocabulaire limité.

Pour reprendre un terme de l'anthropologiste Marcel Jousse [12], l'esprit finit par être atteint d'« algébrose ». C'est un danger de l'enseignement actuel des mathématiques de favoriser l'apparition de phénomènes d'algébrose mentale. Cet enseignement en effet tient à respecter une règle de rigueur. Or, selon l'avis d'un expert, Bertrand Russell [21] : « C'est un trait particulier de la genèse et du développement des nouvelles disciplines qu'une rigueur excessive imposée trop tôt étouffe l'imagination et rend vaine l'invention. Une certaine liberté d'esprit envers les critiques inspirées du respect de la forme aide au développement d'un sujet dans ses premiers stades, même si cette liberté signifie qu'on court le risque d'une erreur. » Comment ce rigorisme excessif peut-il former de bons mathématiciens, alors que Jean Hadamard [11] affirmait la nécessité de savoir « penser à côté » ? Quelle science n'a pas besoin, pour son progrès, de rêveries préalables ou d'échafaudages nouveaux ? Figer l'imagination par la rigueur, c'est tarir la source vive de l'évolution de notre espèce.

Ce même enseignement fait la part trop belle à l'abstrait. Les raisons des axiomatiques sont cachées à l'élève. Toutes les déductions sont formelles, calculées et non point guidées par la vision du but à atteindre, ni par les apparences sensibles qui suggèrent ces déductions. L'esprit apprend à se mouvoir dans un univers dénué de forme, triste et coupé du réel. Un tel enseignement ankylose la perception du monde sensible, et a tendance à former des individus incapables d'appréhender avec finesse et peut-être justesse cette diversité des nuances qui caractérise la réalité. Non seulement il devient inapte à former de bons physiciens ou de bons naturalistes, mais encore il rompt l'équilibre mental interne de l'individu, et par ce biais, est un facteur de rupture de l'harmonie sociale. Tel est le plus profond danger que recèle en lui le cours actuel des études au niveau secondaire.

Il est pourtant facile de rétablir le contact avec un monde plus naturel en rétablissant les droits modernisés de la géométrie et de sa *représentation graphique*. Paul Painlevé [17] n'hésite pas à écrire que « la géométrie est une science expérimentale au même titre que la mécanique » ; « la géométrie nous apparaît à ses débuts comme une science physique » remarque Émile Picard [19]. René Thom [22] s'est fait un avocat vibrant de la cause de la géométrie. **Les manuels n'ont pas changé d'un iota[5]. L'algébrose, terrible maladie, aurait-elle envahi l'esprit des professeurs ?** Pourtant, rien ne remplace le dessin dans sa fonction d'éveil à la perception des formes ; les données expérimentales sur la maturation du système nerveux

5. Cette appréciation, aujourd'hui inexacte, date de 1976.

montrent qu'il faut savoir stimuler celui-ci à temps. Une stimulation trop tardive n'a plus d'effet. Or la société devient de plus en plus urbaine, où l'enfant n'est plus en contact avec la multiplicité des odeurs, des formes qui enrichissaient les capacités mentales de nos ancêtres chasseurs et campagnards. L'environnement sensoriel de l'être humain s'appauvrit, s'algébrose avec le développement de la civilisation industrielle. Si l'enseignement renforce cette tendance à la simplification de l'architecture mentale, l'avenir de l'espèce pourrait être mis en péril.

2.6 L'irrationnel contre l'algébrose

D'autres raisons poussent quand même à être moins pessimistes. Dans la mesure où nombre de structures sensorielles sont innées, on peut espérer qu'il en est de même pour certaines formes des schémas nerveux internes en rapport direct avec l'activité la plus riche de la pensée. Sur ce point, le développement de la neurophysiologie pourrait rendre de grands services à l'humanité, en évitant à celle-ci de se fourvoyer dans des voies d'évolution sans avenir.

Quels sont, d'un autre côté, le poids et la part intangibles de l'irrationnel dans notre activité mentale, et quels sont les facteurs capables de grossir et de faire sourdre ce fleuve caché, au bord duquel fleurissent les arbres de la science ? On connaît en effet l'importance des sectes ésotériques qui, depuis l'Antiquité jusqu'au XIXe siècle, ont suscité l'intérêt curieux des philosophes et des savants. Les courants pythagoriciens, cabalistiques, alchimistes ont fécondé l'esprit des premiers grands géomètres, comme celui de Kepler ou de Newton. L'œuvre religieuse et ésotérique **de ce grand savant est, paraît-il[6], plus abondante que son œuvre scientifique proprement dite, qui n'est pas mince.** On connaît, en partie par l'intermédiaire du « savant théologien » Wachter, les liens de Spinoza avec la Cabale, ceux de Leibniz avec le monde occulte. Et l'influence du mesmérisme semble avoir été considérable sur la genèse des travaux d'Oersted et d'Ampère.

6. Je dois cette information au philosophe K. Pomian.

Ces courants de pensée sont encore bien vivants à l'heure actuelle ; par l'intermédiaire de rencontres annuelles, ils ont droit de cité dans nos universités. Certes, il n'est pas de bon ton de tenir ces activités pour très sérieuses. Mais peut-être s'agit-il là de prescience, de délires prescientifiques. Chez les Grecs, le prophète est Tirésias, l'aveugle, ou bien Cassandre, la « folle », dit Clytemnestre. « Le cri des entrailles n'est pas un vain cri, et le cœur qui mène des rondes sur des entrailles amies de la justice annonce une réalité [9]. » Est-ce également, comme dans les siècles passés, en puisant parfois dans les fantasmes et dans les réalités véhiculées par la tradition ésotérique que seront conçues des théories nouvelles et d'importance majeure ?

On peut se demander si l'excès d'algébrose ne conduirait pas à susciter des réactions positives qui pousseraient vers l'irrationnel, ou bien vers un nouveau mysticisme pythagoricien. Nous prendrons comme exemple l'intérêt magique que d'aucuns manifestent pour le ruban de Moebius[7]. **Comment en expliquer le pouvoir d'attraction : la simplicité de sa construction le rend accessible à la com**préhension de tous, son étrangeté physique éveille l'imagination. Dans la mesure où cette imagination favorise la conception d'outils qui permettent de comprendre les faits, on peut poser que la forme, géométrique ou numérique, se maintient au service du fait en excitant notre curiosité et l'activité de nos facultés créatrices.

2.7 La nouveauté et le « moyen terme »

De l'opposition des contraires naissent, tout à la fois, la nouveauté et une sorte de moyen terme, qui se fondent en une forme synthétique, également éloignée des positions extrêmes.

La pensée féconde se situe entre un irrationnel et une algébrose, dont les tendances respectives sont mises à profit pour créer une œuvre et pour l'affermir sur ses bases.

7. **C'est en physique que l'on trouve, pour l'instant, l'emploi le plus opérationnel du ruban de Moebius (cf. l'article de H. Bernstein et de A. Phillips, « Les espaces fi**brés et la théorie quantique », *Pour la Science*, n° 47, sept. 1981). Le travail sur la structure de l'ADN réalisé par Besson, mathématicien à l'université de Poitiers, mérite également d'être signalé.

Placé à « égale » distance du mathématicien pur et du spécialiste d'une autre discipline, le fondateur d'une théorie doit sa réussite à l'attention qu'il porte aux paroles des premiers comme à celles des seconds, à sa capacité d'avancer avec profondeur dans l'intelligence de la pensée et des travaux des uns et des autres. L'interdisciplinarité, qu'on ne saurait confondre avec la pluridisciplinarité [8], court à l'échec si, au lieu de dissoudre les disciplines en une seule, elle se contente de les accoler entre elles.

Entre les théories fondées sur la probabilité insaisissable, et celles basées sur l'algébrique et sur l'automatique figés, *les théories et les modèles géométriques sont les plus aptes à représenter la dynamique* de la nature et de la vie, novatrice dans le présent et dans le futur, mais qui s'appuie sur les formes stables et codifiées du passé.

Enfin, entre le fait brut qui relève du domaine pesant de la matière, et la formule pleine de clarté qui appartient au monde des Idées, entre la substance du corps et l'abstrait du concept, se forge la Pensée, réceptacle et miroir de la Forme, dont elle réfléchit les contours.

BIBLIOGRAPHIE

[1] E. Bishop, « Crisis in Contemporary Mathematics », *Historia Mathematica*, 2, 1975, p. 507-517.

[2] E. Borel, *L'Espace et le Temps*, Félix Alcan, Paris, 1933.

[3] C.P. Bruter, *Sur la nature des mathématiques*, Gauthier-Villard, Paris, 1973 (épuisé).

[4] C.P. Bruter, *Topologie et perception*, tome 1, Bases philosophiques et mathématiques, Maloine-Doin, Paris, 1974 (épuisé).
C.P. Bruter, *Topologie et perception*, tome 2, Aspects neurophysiologiques, Maloine-Doin, Paris, 1976.

[5] C.P. Bruter, « Sur la modélisation », *in* : P. Samuel : « Mathématiques, mathématiciens et société », *Pub. Math. Orsay*, n° 86-74.16, 1975, p. II.8 - II.19.

[6] C.P. Bruter, « Deux remarques sur les rapports entre économie et mathématique », *Mondes en développement*, n° 17, 1977.

[7] G.L. de Buffon, *De l'Homme*, François Maspero, Paris, 1971.

[8] P. Delattre, « Concepts de formalisation et concepts d'exploration », *Scientia*, V-VI-VII-VIII, 1974, p. 1-32.

[9] Eschyle, *Théâtre complet (Agamemnon)*, G.F. Flammarion, Paris, 1964.

[10] A. Giard, « Morphologie », *in* : *De la méthode dans les sciences*, Félix Alcan, Paris, 1928.

[11] J. Hadamard, *Essai sur la psychologie de l'invention dans le domaine mathématique*, Gauthier-Villars, Paris, 1975.

[12] M. Jousse, *L'Anthropologie du geste*, Gallimard, Paris, 1974.

[13] R. Jung, « Visual Perception and Neurophysiology », *Handbook of Sensory Physiology*, vol. 1, part. A, p. 1-157, Springer-Verlag, Berlin, 1973.

[14] S. Marcus, « Conceptual and Contextual Hypostases of Abstract Entities », *Noesis* (travaux du Comité roumain d'histoire et de philosophie des sciences), I, 1973, p. 77-83.

[15] J.C. Maxwell, *Treatise on Electricity and Magnetism* (2 vol.), 2e éd., 1892, reprise par Lowe and Brydone, Londres, 1946.

[16] Montesquieu, *Mes pensées*, *in* : Œuvres complètes, Seuil, Paris, 1964.

[17] P. Painlevé, « Mécanique », *in* : *De la méthode dans les sciences*, Félix Alcan, Paris, 1928.

[18] F. Perroux, *Unités actives et mathématiques nouvelles*, Dunod, Paris, 1976.

[19] É. Picard, « De la science », *in* : *De la méthode dans les sciences*, Félix Alcan, Paris, 1928.

[20] H.O. Pollak, *in* : « The Role of Applications in Ph. D. Programs in Mathematics », *Notices Am. Math. Soc.*, vol. 22, nº 3, 1976, p. 158-163.

[21] B. Russel, *L'Aventure de la pensée occidentale*, Hachette, Paris, 1961.

[22] R. Thom, « Les Mathématiques "modernes" », *L'Age de la science*, vol. 3, nº 3, 1970, p. 225-242.

[23] W. Thomson et P.G. Tait, *Treatise on Natural Philosophy* (2 vol.), Cambridge University Press, 3e éd., 1879.

Remerciements

Je remercie O. Brown (†) (à la mémoire de qui ce chapitre est dédié) et M. F. Colmez d'avoir bien voulu traduire les textes écrits en anglais. Les traductions tentent de reproduire fidèlement la pensée des auteurs. Le style de Maxwell manque d'élégance. Les redites sont nombreuses. Cependant, chaque redite s'entoure d'idées nouvelles. Pour cette raison, il a paru difficile d'amputer quelque peu ce corpus de citations.

CHAPITRE III

QUELQUES MÉTHODES, CONCEPTS ET PROCESSUS DANS LES SCIENCES[1]

> *« Eh bien ! repris-je, être avide d'apprendre et être philosophe, c'est la même chose. »*
> Platon, *La République*

Introduction

La construction de modèles ne résulte pas seulement de la prise en considération de faits d'observation bruts, comme la valeur d'un *ph* ou la longueur d'onde d'une couleur, elle ne dépend pas seulement des techniques mathématiques avec lesquelles l'homme de l'art est familier, elle est également fonction de modes de pensée implicites ; ceux-ci ont leur poids dans nos manières d'observer et de formuler nos réponses.

Aussi nous paraît-il utile de consacrer un chapitre succinct à l'étude de ces outils implicites. On trouvera dans *Topologie et perception* [1] de plus amples développements sur nos instruments intellectuels cachés.

3.1 Le rôle de la philosophie

La science ou philosophie s'est, au cours des siècles, ramifiée en branches particulières, les mathématiques, la physique, la biologie, les sciences dites humaines. La philosophie d'aujourd'hui est rangée parmi ces dernières. C'est là une erreur profonde, mais révélatrice d'un état de fait : on ne comprend plus ni la nature ni le rôle de la phi-

1. Paru sous ce titre dans *Analyse et maîtrise des systèmes* (Actes du Congrès AFCET, 1977), Editions Hommes et Techniques, Suresnes, p. 54-64.