CHAPITRE IV

DÉFINITION ET PROPRIÉTÉS GÉNÉRALES DES MODÈLES [1]

Introduction

Dans le numéro du *Scientific American* de septembre 1979, F.H.C. Crick écrit que l'« un des objectifs de la neurobiologie théorique est de parvenir à transformer des concepts vagues (...) en descriptions mathématiques précises ». Ce chapitre montre combien peut être utile une formalisation mathématique, même encore imparfaite, pour l'étude de la signification d'un terme. Le modèle mathématique permet de gagner en clarté, en économie de représentation, en compréhension. Il facilite la mise en évidence des propriétés, dont on peut mieux apprécier l'importance.

Nous allons bientôt proposer une définition [2] formelle de la notion d'objet. Cette définition exprime d'abord que toute réalité occupe, dans l'espace usuel, à l'instant t, un certain domaine spatial, noté U(t). En second lieu, la définition exprime qu'en chaque point u de cette réalité, et en chaque instant t, des propriétés existent (couleur, température, tensions, etc.) que l'on peut éventuellement mesurer ; on suppose leur nombre égal à n(t), et l'on note $S_t(u, t)$

1. Texte établi d'après l'article intitulé : « Sur la modélisation » paru dans P. Samuel : *Mathématiques, mathématiciens et société, Publ. math. Orsay*, n° 86-74.16, 1975, p. II.8 – II.19.

2. Cette définition mériterait d'être attribuée à Nicholai Oresme : cf. P. Duhem, *Le Système du Monde* : tome VII, p. 537 et suivantes. Selon Duhem, Oresme est l'inventeur de la géométrie analytique. Il est aussi l'inventeur de la notion d'espace fibré.

l'ensemble de leurs valeurs. L'hypothèse est faite, enfin, qu'on peut associer à chaque partie de la réalité étudiée la valeur d'une énergie. Nous appelons donc *réalité* à l'instant t, R(t), la donnée du domaine U(t), des valeurs associées aux propriétés, et celle de l'énergie.

S'il est possible de réaliser de petites déformations du domaine en même temps que de petites variations des valeurs associées aux propriétés et à l'énergie, nous dirons que la réalité est structurellement stable ; elle porte alors le nom d'*objet*. S'il n'y a pas stabilité structurelle, R(t) est alors appelé la réalisation à l'instant t d'un *processus*, constitué lui-même par la réunion de toutes ces réalisations.

Un *modèle* d'un objet donné est encore un objet au sens où nous venons de le définir. Mais on suppose, en général, que le domaine U'(t) du modèle est plus petit que le domaine de l'objet originel, et que le nombre de propriétés dont le modèle tient compte est plus faible que le nombre de propriétés de l'objet initial. Nous dirons que le modèle d'un objet est une *projection* de cet objet sur un espace écran.

Afin de donner un sens précis aux termes de stabilité et de projection, il est nécessaire de recourir au langage mathématique. Le lecteur peu familier avec ce langage pourra sans grand dommage faire l'impasse sur ces définitions.

Définitions

Soit U(t) un domaine de R^3 défini par l'application $P : R^3 \times R \rightarrow R^3$. On suppose l'existence d'une fibre $R^{n(u(t))}$ au-dessus de chaque $u(t) \in U(t)$. On définit ainsi un fibré localement trivial F(t) de base U(t). s_t désigne une section de ce fibré. On relève la fibration sur $R^3 \times R$, et on pose $S_t(u, t) = s_t(u(t))$.

Soit $\bar{R}^3$, enfin, l'ensemble des parties de R^3. On suppose l'existence d'une *fonction d'énergie* $E : \bar{R}^3 \times R \rightarrow R$.

On appelle *réalité* à l'instant t, R(t), la donnée d'un couple : $(S_t, E(U(t)))$.

Cette réalité est un *objet* O pour l'observation définie par la topologie $\mathcal{T}$, si le diagramme suivant commute :

$$\begin{tikzcd} R^3 \times R \arrow[r, "(H,h)"] \arrow[d, "S_t"'] & R^3 \times R \arrow[d, "S_{h(t)}"] \\ \Phi \arrow[r, "\varphi"] & \Phi_{(H,h)} \end{tikzcd}$$

où Φ (resp. $\Phi_{(H,h)}$) désigne le fibré sur $R^3 \times R$, (H,h) est un homéomorphisme voisin de l'identité pour la topologie d'observation $\mathcal{T}$ de l'espace et du temps, φ un homéomorphisme voisin de l'identité pour cette topologie, S_t est voisin de $S_{h(t)}$ pour $\mathcal{T}$. Un objet est donc une réalité structurellement stable. Deux objets reliés par le diagramme précédent sont dits de *même nature*, et appartiennent à la même classe d'objets.

S'il existe une *projection* $(\Pi, \pi) : F(t) \times R \rightarrow F'(t') \times R$, on dit que l'objet O' défini par cette projection, soit $(S'(t'), E'(U'(t')))$, est un *modèle* de l'objet O. L'objet initial O pourra encore être appelé *modèle originel*.

Si R(t) n'est pas structurellement stable (n'est pas un objet) on dira que R(t) est une *réalisation d'un processus*. Un *processus*, observé sur la période T, consiste en la donnée de $\bigcup_{t \in T} R(t)$.

La suite de cet exposé éclairera les définitions qui précèdent. Ces définitions sont parfois insuffisantes. Par exemple, dans les cas où T représente une période de plusieurs siècles, qui se projette sur une période beaucoup plus courte, de quelques mois ou années, il convient de faire intervenir un temps τ, fonction du temps linéaire t.

4.1 Propriétés générales des modèles

Les définitions précédentes sont également incomplètes car elles ne permettent pas de répondre en détail à la question d'Hermanogène : de quelle sorte le nom est-il imitation. La parfaite connaissance des mécanismes neurophysiologiques qui accompagnent la genèse et les expressions de la pensée serait nécessaire pour traiter ce problème.

Posée dans l'introduction du premier tome de *Topologie et Perception*, abordée dans le deuxième tome, cette question sera reprise dans le troisième volume de l'ouvrage. C'est néanmoins au discours que nous empruntons les exemples les plus faciles pour illustrer trois des principales propriétés des modèles.

4.1.1 *Un modèle d'une certaine réalité en est une représentation.* Lorsqu'on dit « un chapeau », on évoque une certaine forme, un certain matériau. On ne dit rien de précis sur la couleur, le poids, les dimensions du chapeau. Le terme de « chapeau » est un modèle de l'objet chapeau. Lorsque vous dites « Poincaré », vous évoquez la présence d'un homme ayant eu les propriétés d'occuper un do-

maine spatio-temporel, d'être mathématicien et d'écrire des textes remarquables. La projection définit la manière de tronquer la réalité.

4.1.2 L'avantage évident du modèle pratique sur le réel qu'il décrit tient à une propriété de stabilité spatio-temporelle : *le modèle est peu touché par déplacements dans l'espace et dans le temps. De plus il est aisément transportable* ; P. Samuel ajoute qu'*il est facilement reproductible.* Ces propriétés n'ont rien d'absolu. L'image de télévision représentant un astronaute marchant sur la Lune est un modèle de cet astronaute et du sol lunaire ; tous ceux qui ont pu regarder cette image de télévision ont pu s'en émerveiller. Cette même image a pu être observée au même instant en de nombreux points du globe : elle a donc été peu sensible aux déplacements spatiaux, on a pu la véhiculer facilement. Conservée dans les archives, les générations futures pourront, si quelque cataclysme ne les détruit pas, regarder à nouveau cette image. Elle aura peu changé avec le temps.

4.1.3 *Une autre caractéristique du modèle est son degré d'universalité,* lié à l'étendue de la classe d'objets considérés. On ne fait un modèle d'un objet, d'un processus, que dans la mesure où cet objet, ce processus sont susceptibles d'être reproduits dans l'espace et dans le temps. On ne dit « table » ou « carré » que parce qu'il existe d'autres tables, ou parce que la forme carrée est très répandue. On ne prononce le nom d'une personne que par la possibilité de rencontrer cette personne fréquemment dans l'espace et au cours du temps.

4.2 Qualités d'un modèle

4.2.1 On dira que le modèle M(R) de la réalité R est *plus riche* que le modèle M'(R) de cette même réalité, si la représentation de R associée à M est moins tronquée que la représentation de R associée à M'. La transitivité des projections exprime cette notion de richesse. Voici un exemple : le modèle « un grand chapeau » est plus riche que le modèle « un chapeau ». La richesse d'un modèle est liée à l'étendue de notre perception, à la pénétration de notre intuition.

4.2.2 La *valeur* du modèle est liée à la justesse de la perception. Il s'agit de définir avec soin n(u(t)) ainsi que la section s_t. Quelqu'un à la vue faible pour les couleurs pourra parler d'un chapeau gris (par conséquent d'une certaine longueur d'onde λ) ; une autre personne à la vue plus perçante dira qu'il s'agit d'un chapeau marron clair.

4.2.3 C'est encore par l'intermédiaire de la perception, et donc de l'observation, que s'établit la *puissance* du modèle, qui exprime l'étendue du champ d'application du modèle. Pour établir un modèle d'un objet O, il faut extirper de l'ensemble des propriétés P_i que possède O un certain nombre de propriétés $P_1 ..., P_n$, $n = n(u[t])$, qui sont vérifiées par tous les objets de même nature que O. Le modèle est d'autant plus puissant que la classe d'objets considérée est plus large. Ainsi la totalité des objets que nous pouvons observer autour de nous occupent chacun un certain domaine U de l'espace-temps. Un modèle d'objet, puissant mais pauvre, consiste donc dans la donnée première d'un domaine U dans R^4.

Un modèle sera *efficace* s'il possède des qualités suffisantes de richesse, de valeur, et de puissance.

4.3 Construction et fonction des modèles : un exemple

4.3.1 Quelles sont les qualités d'esprit requises pour être à même de faire des modèles ? Toutes, bien sûr, mais en particulier : des qualités mnémoniques pour garder présente à l'esprit la diversité des objets et des situations qu'on aura pu rencontrer, des qualités de sensibilité et de synthèse, pour percevoir les propriétés particulières des objets, être capable de dégager, par comparaison entre elles, les *propriétés fondamentales* auxquelles satisfont tous les objets de la classe dont on veut faire un modèle.

4.3.2 On peut donc, au préalable, chercher, si elles existent, les propriétés fondamentales de tous les objets de la nature, propriétés que l'on qualifiera d'universelles. En voici trois : 1) P_0 : leur *localisation spatio-temporelle,* déjà citée. 2) P'_0 : à tous ces objets, on peut associer une *énergie* dont la valeur présente des propriétés d'*extrémalité.* 3) P''_0 : tout objet possède des propriétés d'*invariance* par rapport à certains groupes de *symétrie.*

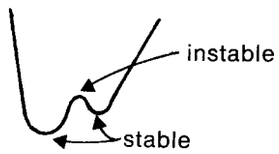
4.3.3 Nous allons voir sur un exemple comment utiliser la propriété 2). Des simplifications pourraient laisser croire que ce modèle n'entre pas dans le cadre général des définitions données en début d'exposé ; il n'en est rien.

Parmi tous les objets, on peut distinguer l'ensemble de ceux dont l'énergie est une fonction potentielle. L'observation (et la théorie mathématique formée *ad hoc*) s'accorde pour dire qu'un objet est dans un état stable lorsque l'énergie potentielle de cet objet atteint un minimum. Il s'agit là d'une propriété intrinsèque de la classe d'objets considérée.

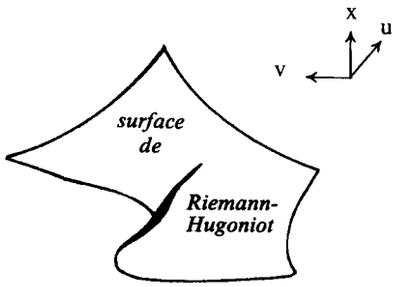
Nous avons alors toutes les données suffisantes pour faire un modèle du mouvement oscillant d'objets appartenant à cette classe. Voici, en nous inspirant des modèles de Thom, le raisonnement physique que nous proposons de suivre.

Supposons qu'un objet oscillant de cette classe ait deux positions stables. Sa fonction d'énergie possède donc deux minimums. Pour des raisons d'extrémalité, on suppose que la fonction d'énergie associée à l'objet est le plus simple possible. Cette fonction est donc un représentant du déploiement universel :

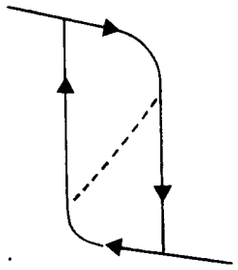
$$E(x) = \frac{x^4}{4} + u\frac{x^2}{2} + vx$$



L'ensemble des extremums de E (x) est donné par la surface de Riemann-Hugoniot $x^3 + ux + v = 0$ (qu'on appelle aussi la fronce) :



L'ensemble des minimums est représenté par les nappes claires de cette surface. Si pour u négatif constant, v varie périodiquement ($v = v_0 \cos wt$), le point représentatif du minimum absolu décrit une courbe de la forme :



Ce modèle s'applique à l'étude d'oscillations du cœur (Van der Pol-Zeeman), de membranes, ou plus simplement d'une lame de carton : x désigne la longueur moyenne de la fibre, v la pression qu'on exerce alternativement sur chaque face de la lame de carton, u la hauteur entre les extrémités horizontales de la lame. Ce modèle se généralise immédiatement au cas où le système oscille entre n positions stables.

4.3.4 En agissant, dans le modèle précédent, sur les différents paramètres u, v, on rend compte de la diversité des mouvements oscillatoires de l'objet. On aperçoit ici une des fonctions essentielles des modèles : pouvoir *simuler, très rapidement,* les différents types de comportement que peut avoir un objet de la classe associée au modèle. En situation de lutte, et c'est notre situation constante, quel que soit le niveau interne ou externe où se place cette lutte, il est vital de savoir parer les coups, donc de simuler à l'avance les mouvements qui peuvent nous atteindre au cours de cette lutte. D'où l'intérêt des modèles efficaces. Il est trivial de remarquer que la simulation implique la prévision.

Nous allons immédiatement tirer de cette propriété fonctionnelle du modèle un certain nombre de conséquences sur la construction et l'usage des modèles.

4.4 Le modèle en tant que langage

4.4.1 Le vocabulaire : la construction rapide du modèle s'accorde avec la loi d'économie extrémale pour imposer

de nouvelles contraintes à la définition d'un modèle efficace : la représentation des propriétés doit pouvoir être faite avec une dépense d'énergie minimale. On est amené à construire une symbolique, le *plus restreinte* possible.

Il s'agit là, *de notre part*, d'une déduction rationnelle. Mais une telle déduction n'est que la prise de conscience d'une démarche cachée de l'esprit, qui n'a cessé d'être faite au cours des générations. Et, de fait, l'évolution des langues, ces premiers modèles, montre, dans un premier temps, un appauvrissement de leur vocabulaire[3], compensé par un assouplissement de leur grammaire qui permet des constructions plus riches. La dernière-née des langues est la langue mathématique. Son vocabulaire, composé de ce qu'on appelle symboles, est caractérisé par une sémantique à priori assez pauvre. Cependant, les phrases mathématiques peuvent être très longues, et par conséquent décrire et expliquer mieux qu'on ne peut le faire avec le langage vernaculaire. Ainsi, l'élément de phrase « $x(t) = (x_i(t))$, i de 1 à 1 000 » n'est que l'explication du mot $x(t)$, la signification des $x_i(t)$ étant connue.

Puisque le développement des mathématiques s'inscrit dans le cadre d'une évolution naturelle ; puisque la société a besoin d'individus capables de comprendre sinon de construire des modèles, on peut être assuré que l'enseignement des mathématiques n'est pas près de mourir : le mode de sélection par les mathématiques ne sera pas abandonné.

Mais cette sélection est trop partielle pour devoir rester la seule. Car en mathématiques, on travaille, la plupart du temps, sur des modèles donnés. On connaît l'attitude plutôt conservatrice de certains mathématiciens pour qui seuls les théories et les problèmes posés par nos grands anciens ont de l'intérêt. Cette position à elle seule, contraire à l'esprit scientifique, montre combien est insuffisante la formation purement mathématique de la pensée. Cette formation engendre des qualités d'habileté intellectuelle, elle les développe après que la sélection par les mathématiques les a mis en évidence. Mais cette formation, cette sélection ne visent en rien à mettre en évidence les qualités de sensibilité qui fondent le jugement.

3. P. Delattre m'a fait remarquer que l'appauvrissement du vocabulaire des langues est loin d'être général. Il a raison, et la question, pour être traitée correctement, mériterait sans doute de faire l'objet d'un petit livre. Voir d'abord quelques titres où ce problème est traité de façon parcellaire : [4], [6], [7].

Il est certain que les échanges entre civilisations, les développements de l'observation et des sciences favorisent l'enrichissement du vocabulaire des sociétés ouvertes. D'un autre côté, comme on peut l'observer par exemple sur le langage enfantin pendant certaines périodes de son évolution, ou sur le devenir des conjonctions dans les langues anciennes, le vocabulaire subit un effet d'épuration qui vise surtout à éliminer les redondances. Enfin, la richesse du vocabulaire est fonction des nécessités et des particularités des situations dans lesquelles on se trouve : toute population fait usage d'un langage standard ; un vocabulaire trop pauvre interdirait toute vie en société, un vocabulaire trop important ne présente guère d'utilité pour la plupart des gens. Il existe à tout moment une sorte d'optimum moyen vers lequel s'accomplit l'appauvrissement auquel nous pensions.

4.4.2 Le discours : penchons-nous sur le caractère de simulation que possède tout bon modèle. Par définition même, un modèle simule une forme, ou un processus qui peut se stabiliser en une forme. Le déroulement de cette simulation fait appel à la causalité, dont l'expression par le raisonnement fait à la fois la force et la difficulté de l'emploi des modèles mathématiques. Difficulté, puisque, les données de base mises à part, on ne prétend rien admettre qui ne se déduise par le raisonnement de ces données initiales. Force, puisque la déduction causale, l'outil démonstratif par excellence [1], est tenue pour un absolu de justesse.

Mais il faut remarquer que cette position implique des présupposés de nature quasiment ontologique : acceptation au moins partielle de l'hypothèse réductionniste, *reconnaissance de la capacité extraordinaire de la pensée à se dérouler de la même manière que les processus observés.* Pourquoi une démonstration dite juste nous assure-t-elle de la valeur d'une proposition ?

Si le modèle s'apparente à la donnée d'un vocabulaire et de règles de grammaire, le déroulement du modèle est analogue au développement d'un discours. Comme dans le discours, on annonce des propriétés qu'on essaie de justifier. Bien souvent, il s'agit de propriétés physiques pressenties par la réflexion, ou simplement observées. Ces propriétés sont transcrites dans le langage symbolique du modèle. On essaie de montrer que les données de base suffisent à justifier l'existence des propriétés énoncées.

Dans d'autres cas, la réflexion ne devine pas ces observations physiques. Par contre, l'étude approfondie du modèle permet parfois d'inférer des propositions que l'observation justifie. On vante alors la vertu prévisionnelle du modèle et on crie au miracle. C'est évidemment le rôle du mathématicien que de chercher à mettre en évidence les propositions que recèle le modèle. Il est aidé dans cette

tâche par la connaissance des modèles voisins qu'il étudie, des méthodes ou des résultats généraux sur les modèles, qui l'aident à orienter son attention sur des aspects du modèle qui auraient échappé au physicien, trop près de l'arbre parfois pour apercevoir les traits généraux de la forêt.

Voici un exemple de résultat mathématique déduit de l'observation [5] : l'évolution d'un certain système chimique, dont l'analyse se fait à l'aide d'une représentation en graphe [3], conduit par expérience à l'absence d'oscillations. Compte tenu des données, la linéarisation du champ de vecteurs qui dirige la cinétique chimique conduit à établir une matrice carrée A dont les coefficients vérifient, pour tout $i \neq j$, $a_{ij} \neq 0 \Leftrightarrow a_{ji} \neq 0$, $a_{ij} \geqslant 0$. De plus, A est la matrice associée à un arbre déduit du graphe de Delattre. Puisque le système chimique n'a pas d'oscillations, les valeurs propres de A sont réelles. Proposition qu'on démontre. L'étude des systèmes chimiques pose d'ailleurs de nombreux problèmes dont la solution intéresse autant le mathématicien que le biochimiste. Par exemple, trouver une caractérisation analytique des cycles limites, savoir si un système dynamique dont tous les points singuliers sont des nœuds attractants peut admettre des cycles limites.

4.5 Les différentes formes de modélisation

4.5.1 On peut établir une classification des modèles en étudiant le nombre et le degré de généralité des propriétés qui servent de fondement à ces modèles. Au premier niveau des modèles intangibles, le moins abstrait, nous trouvons le discours exprimé dans le langage vernaculaire. A un second niveau, nous rencontrons les modèles physiques généralisés en théories mathématiques. A un troisième niveau, des modèles qui prennent comme objets des théories mathématiques : par exemple, la théorie de matroïdes (H. Whitney, 1935), la théorie des catégories (Eilenberg-MacLane, 1945).

A l'intérieur du second niveau, on pourrait d'ailleurs affiner la classification : par exemple, l'étude du modèle arithmétique a conduit, certes, à la théorie des nombres, mais aussi a favorisé l'éclosion de la logique, de la théorie des ensembles, de l'algèbre, de la topologie.

4.5.2 La filiation entre modèles s'établit par l'intermédiaire des projections (Π, π). Les ascendants directs du modèle M sont définis par (Π^{-1}, π^{-1}).

Lorsque $\pi(U(t))$ conserve les propriétés de rapport métrique entre les différentes parties de U(t), le modèle est en général dit *réduit*. Mais si $\pi(U(t))$ est contenu dans R^2, mais non dans R, le modèle est un *dessin*. Si $\pi(U(t))$ est contenu dans une variété de dimension 1, en général non connexe, branchue et à coins, on est en présence d'un modèle *écrit*. Mais dans ce cas π n'est plus une projection ; le modèle que nous avons proposé dans nos définitions n'est pas assez puissant. En particulier, il ne permet pas de rendre compte de ce qu'est un modèle « abstrait », incarné dans notre cerveau.

4.5.3 Toute modélisation se heurte à une difficulté de taille : supposant acquise, *via* des modèles, la connaissance des différentes parties d'un objet, quelles propriétés peut-on attribuer à l'objet pris dans sa globalité ?

Distinguons trois cas. Nous appellerons le premier, celui qu'on rencontre souvent en physique, le *cas trivial* : les propriétés du local sont les mêmes que celles du global, et celles-ci se déduisent facilement des premières. Ainsi, on caractérise des objets physiques par leur masse, leurs charges électriques, etc. Supposons par exemple connues les masses locales $m(u_i)$ des u_i : R est la fibre au-dessus de u_i ; $s(u_i) = m(u_i)$. La projection π envoie U sur un point p. La projection Π envoie toutes les fibres sur R ; la valeur de la section de la fibre au-dessus de p est égale à la somme des masses locales. Dans le cas trivial, la mesure d'une propriété P du global, m(P), s'obtient à partir des mesures $m_i(P)$ de la même propriété du local par une opération algébrique simple.

Dans le *cas normal*, cette mesure m(P) s'obtient encore à partir des mesures $m_i(P)$, mais par une opération complexe inconnue.

Enfin, dans d'autres *cas*, appelés *difficiles* ou *catastrophiques*, certaines propriétés du global, parmi les plus importantes, ne sont pas des propriétés du local.

On voit ici l'insuffisance de notre définition du modèle, qui, pour être plus réaliste, devrait faire apparaître certaines parties de U dotées de spécificités propres que n'auraient pas les éléments.

Ces difficultés de modélisation montrent la nécessité de

rechercher des modèles globaux à partir desquels on pourra inférer des propriétés et des modèles locaux. Ces mêmes difficultés incitent à une réflexion plus approfondie sur les propriétés des objets, et à examiner comment prendre en compte de façon sérieuse ces propriétés. En particulier, il importe de faire l'inventaire des propriétés universelles des objets, parmi lesquelles doit figurer en bonne place la présence d'un système de régulation (cf. [2], p. 191).

4.5.4 Nous n'entreprendrons pas ici d'analyser les fondements des différents types de modèles qu'on a pu inventer : par exemple, modèles géométriques, modèles statistiques, modèles inspirés par la théorie des automates. Nous allons plutôt montrer le lien entre un modèle statistique et le modèle tel que nous l'avons défini.

Supposons qu'on veuille connaître le nombre de voitures qui passent au point p de l'autoroute A1, le mercredi, à l'heure t. Pour obtenir ce renseignement, on va compter, à l'heure t d'un nombre suffisant de mercredis, le nombre de passages de voitures pour en déduire la loi de probabilité de ce nombre de passages – on trouvera probablement une loi de Poisson.

Prenons pour U(t) un parallélépipède de faible largeur, transverse à l'autoroute en p, pour fibré trivial $U(t) \times Z$, pour section s_t, la section définie par $s_t(u(t)) = n(t)$ où n(t) désigne le nombre de voitures qui traversent U(t) à l'instant t.

Nous avons défini tout processus par $\bigcup_{t \in T} R(t)$, ou encore par la donnée de R(0) et d'un champ[4] de vecteurs X(t), lié à l'énergie E(t) de R(t), qui opère d'une part sur l'anneau des entiers pour fixer la dimension de la fibre, d'autre part sur l'espace des sections. Dans le cas présent, la dimension de la fibre est constante, X(t) opère seulement sur l'espace des sections. On peut transformer ce champ de vecteurs en un champ de vecteurs Y sur la fibre elle-même. L'analyse statistique permet de définir le mode d'action de Y.

4. La stabilité structurelle sur les champs de vecteurs se définit par la considération d'homéomorphismes. C'est une des raisons pour lesquelles notre définition d'objet structurellement stable fait également appel à cette notion. On rappelle que, dans la théorie du déploiement universel, la stabilité structurelle d'applications se définit souvent en termes de difféomorphismes.

Mais, en aucun cas, la statistique ne permet de comprendre le *pourquoi* de la loi de probabilité observée.

4.6 Fonction du modèle

4.6.1 La situation précédente laisse l'esprit insatisfait. On retrouve des situations analogues en physique. Au niveau de la loi, la contrariété qu'on y rencontre est moins grande. Ainsi, on accepte l'*a priori* de la nature que traduit la loi $F = k \frac{mm'}{d^2}$ plus volontiers que l'*a priori* exprimé par une loi de probabilité de Halphen – qui n'a pas trouvé de justification physique. En effet, on se dit que la force d'attraction exercée par M sera d'autant plus forte que sa masse m sera plus grande, que sa distance d au but M' sera plus courte. En tenant le même raisonnement avec M', on en déduit aussitôt la forme de la loi de Newton. Dans le cas physique, le débat se situe au niveau de l'origine, de la transmission, du pourquoi de ces forces, toutes choses que nous ignorons.

La compréhension d'un phénomène peut se faire à différents paliers : l'esprit synthétique aura tendance à acquérir une connaissance globale du phénomène, à dessiner de celui-ci les traits caractéristiques, les grandes tendances dans une perspective à long terme. L'esprit analytique, à vision plus courte, parfois celui des mathématiciens, préfère se limiter à une étude locale, à l'aide d'un formalisme profondément travaillé, pour en extraire le plus grand nombre d'informations possible. La mise en œuvre de ces deux approches complémentaires tend naturellement à conduire au meilleur jugement.

Faute peut-être d'une observation suffisante, l'entendement au niveau du global ne permet encore guère d'établir des prévisions sûres. D'autant plus que notre esprit est mal adapté à percevoir le caractère aléatoire d'événements dont la durée s'étend sur des mois, des années. Ces difficultés favorisent l'incompréhension entre l'esprit analytique et l'esprit synthétique, amené à construire des modèles moins quantitatifs, à proposer des analogies audacieuses. Mais l'essentiel est d'amorcer une *compréhension* du déroulement des processus.

4.6.2 Les modèles mathématiques jouent un grand rôle car ils permettent : de *procéder à des classifications*, de *faire apparaître des aspects qui avaient d'abord échappé à l'observation*, de *guider celle-ci*, de *faire surgir les analogies cachées* entre phénomènes.

Les modèles conduisent, *petit à petit*, à mieux comprendre le monde difficile dans lequel nous vivons ; par leurs conséquences sur la formation des esprits, sur les conceptions qu'on se fait du monde, ils ont une portée considérable que nous ne pouvons mesurer. Les réflexions d'Einstein, les modèles qu'il a conçus ont sans doute contribué à porter l'humanité dans son état de civilisation actuel. Il ne s'agit pas là d'une utilité matérielle et immédiate des modèles, triviale[5] pourrait-on dire ; cette utilité est profonde et durable.

4.6.2 Enfin, le modèle sert de *révélateur* à la réalité, grâce, en partie, à la précision *sécurisante* de son langage. Prenons l'exemple de la définition même de modèle que nous avons donnée. Le simple examen des différentes projections (Π, π) permet de rendre plus claires à l'esprit les différentes acceptions que l'on donne au terme de modèle. Et, en éclairant la réalité, le modèle porte en lui les germes de réflexion qui démontrent ses faiblesses et amènent le progrès dans l'observation.

Conclusion

Au cours de cet aperçu sur les aspects multiples de la modélisation, nous avons été amenés à entrevoir différentes utilités des modèles, parmi lesquelles nous retiendrons les trois suivantes : transport facile du reflet d'un monde non immédiatement perceptible, simulation rapide de l'environnement, outil qui peut guider l'observation et favoriser la compréhension.

Déjà évoqués au chapitre 2, nous avons omis ici de parler des dangers de la modification : amener certains à prendre le modèle pour la réalité. C'est ainsi que certains

5. Le terme trivial est employé dans le sens de commun, banal, sans aucune connotation péjorative. A vrai dire, il n'existe rien de banal, car les raisons qui président à l'existence d'un fait banal sont d'une multiplicité extrême, et souvent méconnues. Toute explication débouche sur un mur d'inexplicable. On me pardonnera d'avoir énoncé encore ces banalités, et d'illustrer une fois de plus le paradoxe, classique, du célèbre Menteur.

linguistes affirment la soumission de l'intellect au langage. Parce qu'un potentiel s'écrit $\frac{k}{x^p}$, on se dit que le champ physique induit par ce potentiel s'étend à l'infini. Ce danger, jusqu'à présent, a été mineur.

Ces dernières années, le rythme du développement technologique, comparé à celui des siècles précédents, a été rapide, et certains travaux théoriques ont pu trouver une application immédiate. Le calcul de Heaviside, un ingénieur physicien il est vrai, s'est vite répandu et a favorisé le développement de l'électronique. Mais c'est en physique, bien sûr, domaine scientifique le plus proche des mathématiques, que les découvertes des géomètres trouvent plus facilement une application. Par exemple, Lichnerowicz a montré que, si elles existent, les ondes gravitationnelles doivent être apparentées aux ondes électromagnétiques. Tel résultat suggère et justifie l'emploi des dispositifs expérimentaux utilisés pour la recherche de ces ondes gravitationnelles hypothétiques.

Cependant, le plus souvent, le délai entre la découverte mathématique et son usage dans la pratique est long, ce qu'on a du mal à concevoir aujourd'hui. L'expansion galopante, et récente, de nos sociétés occidentales a conduit à créer le mythe de la rapidité : si vous ne trouvez pas aujourd'hui d'utilisation pratique à la théorie que vous avez échafaudée la veille, votre théorie est déclarée dénuée de signification. Les tenants d'une telle position font preuve de légèreté. Les œuvres de la pensée, comme toutes les constructions de la nature, ont un rythme d'évolution qui est lent. Nul ne peut dire si une théorie qui aujourd'hui paraît insignifiante ne peut avoir, dans un avenir lointain, habilement exploitée, des contrecoups inattendus dans les domaines les plus divers de la science et de la vie pratique. Pensons aux nombres complexes inventés au XVIe siècle, qui trouvent, à l'heure actuelle, leur emploi pratique dans les calculs des électroniciens. Cette invention mathématique, sans laquelle notre civilisation ne connaîtrait ni la télévision ni le transistor, a donc, par l'intermédiaire de cette électronique minutieuse, des conséquences extraordinaires sur notre vie quotidienne, sur la vie militaire et celle de la cité.

Par ses propriétés de laideur ou de beauté, tout objet, et tout modèle de celui-ci, provoque, avec des degrés divers,

des attirances ou des répulsions. On sait combien les mathématiciens sont sensibles à l'harmonie de leurs théories, à l'élégance de la démonstration.

La place que tiennent les considérations esthétiques dans l'élaboration des modèles physiques est bien connue. Respect des symétries, simplicité des expressions, telles sont les contraintes les plus classiques auxquelles les physiciens s'efforcent de se plier. L'introduction récente de qualificatifs comme le charme ou la beauté des quarks révèle, avec assez de finesse, l'humour et le souci artistique de ces savants.

On constate ici, et à nouveau, l'importance du rôle que l'homme attribue à son corps comme miroir de l'univers. Car le sentiment du beau ne se développe que lorsque l'activité de l'esprit s'accomplit en harmonie profonde avec le mouvement du monde extérieur. Et lorsque les formes mentales entrent en sympathie avec les formes de l'univers, une vibration interne prend naissance, parcourt l'être, échauffe les fibres et provoque la joie.

BIBLIOGRAPHIE

[1] C.P. Bruter, *Sur la nature des mathématiques*, Gauthier-Villars, Paris, 1973 (épuisé).

[2] C.P. Bruter, *Topologie et perception*, t.1, Maloine-Doin, Paris, 1974 (épuisé).

[3] P. Delattre, *L'Évolution des systèmes moléculaires*, Maloine-Doin, Paris, 1971.

[4] J.H. Greenberg, *Essays in Linguistics*, The Chicago University Press, 1957, ainsi que *Universals of Language*, The MIT Press, 1963.

[5] C. Hyver, ***Contribution à l'étude des phénomènes oscillatoires dans certains systèmes de transformations*, thèse de doctorat, université Paul-Sabatier, Toulouse, 5 juin 1974.**

[6] O. Jespersen, *Language, its Nature, Development and Origin*, Unwin University Books, 14e éd., 1969.

[7] A. Meillet, *Linguistique historique et linguistique générale*, Librairie H. Champion, 1965, ainsi que *La Méthode comparative en linguistique historique*, Librairie H. Champion, 1970.

CHAPITRE V

COMPLÉMENTS SUR LES PROPRIÉTÉS ET LA GENÈSE DES MODÈLES. L'INSOLITE COMME SOURCE DU PROGRÈS [1]

5.1 Présence des modèles

Nous savons qu'une des activités centrales de l'être vivant est de reconnaître la constitution de son environnement, de déceler les proies et les prédateurs de toute nature. Au cours de l'évolution, prennent naissance et se développent certains organes spécialisés dans cette fonction d'exploration. Ils permettent d'obtenir une *représentation* du milieu ambiant de plus en plus fine et précise.

Chez l'être humain, les organes des sens participent, de manière encore tout à fait mystérieuse, à l'élaboration de ce modèle du monde extérieur. Aux qualités physiques des objets de ce monde sont associés des processus dynamiques stabilisés ; les mécanismes perceptifs nous les restituent par des procédés qui leur sont propres. Ainsi s'établit dans notre corps une image, un premier modèle, une première simulation de l'environnement.

La nécessité d'anticiper le déroulement de l'action, de prévoir l'état du futur conduit le corps à entreprendre, le plus longtemps à l'avance et le plus rapidement possible, une *simulation* aussi fidèle que possible de l'évolution immédiate de notre environnement. On peut affirmer que l'une des occupations parmi les plus importantes de notre

1. D'après le texte d'une conférence donnée au Carnoy-Institut de l'université de Leuven, le 2 février 1978, sur l'invitation du Pr F. Symons et sous le titre : « De l'usage des modèles ».

corps, de notre pensée, est de construire et de mettre en œuvre des représentations du passé, du présent ou du futur, clichés pris sur le vif ou films qui se déroulent, afin de placer notre être dans une situation optimale ([2], [3], [4]).

Nous ne savons guère agir sur notre corps pour en accroître les performances prévisionnelles. Par contre, nous avons été capables d'inventer toutes sortes d'artefacts qui répondent à ce besoin. Des artefacts perceptifs, lunettes et appareils de tout genre qui ont décuplé nos capacités d'écoute et de vision de l'univers. Des artefacts physiques et conceptuels, les uns suscitant souvent la construction des autres, et qui, sous le nom générique de modèle, nous permettent effectivement de construire à l'avance le devenir d'une situation initiale donnée.

Les modèles conceptuels ont en général la primauté sur les modèles physiques. En premier lieu, parce que les bases des uns et des autres sont établies au travers de l'activité de la pensée ; on ne peut construire un modèle physique sans idées préconçues, sans faire appel à quelques principes élaborés par l'esprit. En second lieu, parce que les premiers restent entièrement sous notre dépendance, alors que la connaissance et le contrôle des modèles physiques nous échappent en partie. Ces modèles contiennent des éléments de boîte noire qui nous donnent les résultats escomptés sans que l'on sache exactement comment la nature les obtient.

Qu'ils soient conceptuels ou physiques, ces modèles ont leur comportement propre. L'analyse de ces comportements peut conduire à ne donner que des renseignements qualitatifs, mais, parfois, permet également d'obtenir des informations quantitatives. Est considérée ici comme *qualitative pour le modèle* M, *toute propriété* P attribuée à l'objet source O, *qui n'est pas susceptible d'être caractérisée de manière dénuée de toute ambiguïté par un seul nombre ou un ensemble de nombres.* On peut assimiler la description quantitative à un idéal que l'on aurait atteint dans la description qualitative. Pour l'initié, le modèle savant qui conclut par l'observation d'une vibration de période $1{,}96\ 10^{-15}$ secondes est jugé très supérieur au modèle simplement verbal qui affirme la présence d'une propriété jaune. Il est cependant clair que, dans de nombreux cas, la présence de modèles qualitatifs pertinents répond aux besoins de l'action. Le discours ordinaire, celui de la ré-

flexion sont des modèles verbaux – et quelquefois verbeux – le plus souvent purement qualitatifs. Enrichis de quelques considérations quantitatives globales, ces modèles n'en sont pas moins suffisants, malgré leur imprécision, à conduire le responsable qui les élabore au succès de son entreprise.

5.2 Généralités sur la genèse des modèles. Rôle des premiers modèles

5.2.1 La classification des modèles selon les principes définis dans les chapitres précédents, permet d'en établir la généalogie, d'en étudier la phylogenèse lorsqu'on entreprend des études historiques, ou l'ontogenèse que l'on découvre à travers l'enseignement. On constate ainsi l'existence de voies sans issue, de phénomènes d'élagages, de restructuration, de naissance de branches spécialisées. La vie des modèles est profondément organique.

Distinguons d'abord la phase de gestation, pendant laquelle le phénomène étudié est lui-même mal défini. L'observation est imprécise, elle se compose de données qualitatives et quantitatives, de peu d'intérêt parfois et dont il n'est pas toujours sûr que les liens entre elles soient de cause à effet. Lorsque la liaison causale est bien établie, les mécanismes de transformation entre l'état initial et l'état final restent obscurs. Enfin, ces données peuvent être soit de nature trop diverse, soit trop peu abondantes pour être exploitables avec succès. Elles sont recueillies sans aucun fil directeur, le problème de leur signification reste entier.

Pendant cette période d'observation et de gestation de la pensée, on peut la qualifier de poétique ou de métaphorique, sont élaborés des échafaudages à connotation plus ou moins littéraire, au caractère plus ou moins extravagant. Ils peuvent mettre en rapport des faits mal contrôlés, ou trop lointains les uns des autres pour que les relations établies soient vraiment significatives. Mais, d'un autre côté, l'intuition et l'imagination parviennent parfois à énoncer des propositions nouvelles, tout à fait pertinentes, qui finissent par s'imposer au fil des âges par leur justesse.

5.2.2 D'où la nécessité, pendant ces périodes d'interrogation, d'admettre avec philosophie une grande liberté

d'expression et de pensée, pour favoriser l'apparition d'énoncés d'apparence irrationnelle, poétique, hérétique, mais qui, au fond d'eux-mêmes, recèlent la part de vérité qui conduira à un changement profond et positif.

Les exemples de tels succès sont très nombreux dans l'histoire des sciences. Nous extrairons celui-ci de l'ouvrage d'A. Koyré, *Du monde clos à l'univers infini* [12].

« Giordano Bruno, j'ai le regret de le dire, n'est pas un très bon philosophe (...), il est mauvais physicien, il ne comprend pas les mathématiques, et la conception qu'il se fait des mouvements célestes est plutôt étrange (...). Pourtant sa vision de l'Univers infini est si puissante et si prophétique, si raisonnable et si poétique qu'on ne peut que l'admirer. Et elle a – du moins par sa structure générale – si profondément influencé la science et la philosophie modernes, que nous ne pouvons qu'assigner à Bruno une place très importante dans l'histoire de l'esprit humain. »

(A Giordano Bruno, il est plaisant d'opposer Johannes Kepler. Celui-ci doit ses découvertes à la rationalité puissante de son esprit. Dans la mesure où les prémisses qu'il accepta étaient physiquement bien fondées, même si celles-ci étaient exprimées sous une forme théologique, il parvint à des conclusions cosmogoniques dont l'intérêt est de premier ordre. Mais on peut dire qu'en restant prisonnier d'un certain carcan conceptuel de son époque, il fut amené à rejeter, par la qualité même de sa logique irréprochable, des points de vue aujourd'hui admis par tous[2].)

5.2.3 Les discours préscientifiques peuvent être tenus pendant plusieurs générations successives, et quiconque s'attarderait à ne considérer qu'un seul moment de ces mouvements de pensée ne parviendrait pas à en comprendre la signification ni l'impact. Les œuvres miliaires, qui ont marqué puissamment le cours de l'évolution de la pensée scientifique, sont reliées entre elles par des chemins d'apparence monotone, ou plutôt par des sortes de cours d'eau qui se régularisent d'abord après avoir rencontré ces singularités situées aux points de jonction avec les grands affluents, et autour desquelles se forment les tourbillons et les brassages. Pourtant, ce calme retrouvé est bientôt distrait par ces petites perturbations qu'apporte chaque rencontre avec un affluent secondaire ; par l'effet de sa propre masse, par les qualités particulières de sa composition, celui-ci contribue à modifier le cours de l'ensemble et à préparer les grands accidents.

2. Le contenu de cette parenthèse s'appuie sur le chapitre III de *Du monde clos à l'univers infini* [12] qu'Alexandre Koyré consacre à J. Kepler.

Il n'est guère possible en si peu d'espace de fortifier cette thèse par l'étude détaillée d'un exemple précis. Le travail le plus approfondi auquel le lecteur peut se rapporter est celui que Pierre Duhem a consacré, en dix volumes, à l'étude du *Système du monde* [10]. Travail encore incomplet puisqu'il ne va pas au-delà du XVe siècle, mais d'où l'on peut tirer trois leçons évidentes.

En premier lieu, tout modèle ou toute théorie reposant, en partie, sur un corpus de faits validés par l'expérience contribue par sa seule existence à assurer la transmission, le développement et l'approfondissement de certaines connaissances.

En second lieu, modèles ou théories sont bâtis sur certaines hypothèses d'une part, et débouchent sur des conclusions d'autre part. Celles-ci rencontrent toujours des adversaires et les théories sont débattues pendant parfois plusieurs décennies, jusqu'à leur élimination ou leur triomphe définitif. Ces défis, selon le terme utilisé par Toynbee, que se jettent entre eux les différents protagonistes, aboutissent à des mises en question, engendrent des argumentations originales, suscitent le développement de techniques qui facilitent la preuve, et, par contrecoup, conduisent à l'observation, à la découverte de nouveaux faits.

Nous consacrerons à la dernière de ces leçons un paragraphe particulier.

5.3 Les conditions de réalisation d'une grande œuvre

5.3.1 L'examen des écrits dus à la plume des grands maîtres montre que toute œuvre, et en particulier toute grande œuvre, est le résultat d'une *synthèse originale*, l'aboutissement de petites connaissances rassemblées en un tout cohérent, connaissances qui s'entrechoquent avec assez de force et se mélangent dans notre machinerie conceptuelle jusqu'à atteindre une certaine densité, pour alors apparaître au niveau conscient.

Toutes les discussions sur les problèmes posés par le vide, le fini, l'infini et l'indéfini, par la présence des forces et leur nature, par celle de l'éther, par l'atomisme et la forme même des atomes, ont, en fin de compte, abouti aux théories physiques modernes, dans lesquelles on trouve bien des parcelles des théories anciennes, agrégats antinomiques, chacune renfermant pourtant des éléments de vérité.

Les raisons qui conduisent à la construction de modèles parcellaires sont évidentes. Chacun de nous, en l'absence de référentiel immuable, perçoit seulement des fragments du vrai, regarde les phénomènes à travers une optique mentale très personnelle, plus ou moins fixe, absorbante et déformante. Le grand savant est celui capable de reconstruire l'objet, le phénomène, à l'aide du puzzle le plus fin possible, obtenu en rassemblant les éclats de réalité que ses prédécesseurs, ses contemporains, lui-même, ont avec peine réussi à détacher des formes sensibles et conceptuelles.

Le grand savant est aussi celui qui est de taille à étendre sa réflexion aussi profondément dans le passé que dans l'avenir, aussi loin vers l'infiniment grand que vers l'infiniment petit. Alors est-il à même de sentir les grands problèmes, de percevoir et de définir les grandes directions de recherche qu'il conviendra de suivre.

5.3.2 Remarquons ici qu'est absent de la littérature scientifique contemporaine tout écrit se rapportant aux grands problèmes évoqués précédemment, comme celui par exemple posé par la nature des forces ou par celle de l'éther. Nous vivons à une époque où l'on ne se penche guère sur ce genre de questions : d'une part parce qu'il est vrai que, selon les normes scientifiques actuellement en vigueur, nous dirions peu, et, d'autre part parce que, prise par une fièvre technicienne, s'employant à trouver un meilleur et plus large usage de découvertes scientifiques déjà anciennes (électromagnétisme, affinité chimique, structure fine de la matière), la réflexion des savants a eu tendance à se détourner des problèmes de fond, de nature métaphysique et ontologique.

Nul doute que l'on revienne un jour à l'étude de ces questions. Elle conditionne en effet le progrès scientifique. Et si l'on s'en réfère au passé, compte tenu de la difficulté des problèmes posés, nul doute également que plusieurs

décennies ou siècles soient nécessaires, avant que cette réflexion ne débouche sur une nouvelle percée théorique.

5.3.3. Curieusement, tous les scientifiques ne sont pas encore convaincus que toute grande œuvre théorique est fécondée, supportée par des *a priori* ontologiques et métaphysiques dont l'auteur de l'œuvre est lui-même plus ou moins conscient. Ce sont des hypothèses sur lesquelles il établit des paris, des convictions indémontrables qui font corps avec le savant.

Le sentiment sur lequel celui-ci s'appuie le conduit parfois, dans son excès d'affirmation, à des positions trop ardentes et trop étranges pour être vraies. Cependant, rien n'est plus surprenant que le succès de ces positions exagérées. Soit par aveuglement, soit par omission volontaire, soit par simple méconnaissance, le rejet de tant de données immédiates contraignantes aboutit à la création de *théories idéales* : parce qu'elles ont su mettre en évidence et s'attacher à l'essentiel des causes, ces théories se révèlent les meilleurs outils de la description et parfois même de la prévision. C'est le cas de toutes les théories mécaniques.

Les tentatives de complication de ces modèles pour tenir compte des phénomènes secondaires rendent très rapidement les premiers inextricables et peu significatifs. Il est probable en effet – et la théorie de la stratification des espaces d'applications ou bien celle des systèmes dynamiques ne s'opposent pas à cette conception – que les modèles pertinents sont en général des modèles simples : à cette condition, sans doute, ils possèdent une stabilité suffisante à l'égard des petites variations des paramètres. Ils satisfont donc à une condition essentielle de la valeur d'un modèle : posséder le *même caractère de stabilité que le phénomène naturel auquel il se rapporte.* Cette contrainte relative à la stabilité explique le succès des modèles « ontologiques » établis sur la recherche implicite et sur la considération de phénomènes archétypes et particulièrement stables.

5.4 L'exemple de Newton. La démarche de sa pensée

5.4.1 Les modèles, à leur apparition, ne recueillent pas toujours l'approbation du corps scientifique. La pensée de

l'auteur est parfois mal comprise, déformée, dépassée. Résultat d'une méditation séculaire sur des problèmes métaphysiques, le modèle de Newton, les concepts qui le fondent auront connu ce sort. Que l'on nous permette, ici, de citer à nouveau A. Koyré [12] :

« C'est (...) un fait bien connu que Newton ne croyait pas à l'attraction comme une force *physique* réelle (...). Tout comme Descartes et Huygens, Newton essaya d'abord d'expliquer l'attraction – ou de s'en débarrasser – en la réduisant à une sorte d'effet d'événements et de forces purement mécaniques. Seulement, contrairement à ses prédécesseurs qui se croyaient à même d'élaborer une théorie mécanique de la gravité, Newton semble avoir fini par admettre l'inutilité totale d'une telle tentative.

« (...) Heureusement – et Newton le savait parfaitement – il n'est pas nécessaire d'avoir une conception claire de la façon dont se produisent certains effets pour être en mesure d'étudier les phénomènes et de les traiter mathématiquement (...) :

> "Je me sers ici du mot d'attraction pour exprimer d'une maniére générale l'effort que font les corps pour s'approcher les uns des autres, soit que cet effort soit l'effet de l'action des corps, qui se cherchent mutuellement, ou qui s'agitent l'un l'autre par des émanations, soit qu'il soit produit par l'action de l'Ether, de l'air, ou de tel autre milieu qu'on voudra, corporel ou incorporel, qui pousse l'un vers l'autre d'une manière quelconque les corps qui y nâgent.
>
> "J'emploie le mot d'impulsion dans le même sens général, ne recherchant point dans ce Traité l'espèce de ces forces ni leurs qualités physiques, mais leurs quantités & leurs proportions mathématiques, comme je l'ai déjà dit dans les définitions. C'est par les Mathématiques qu'on doit chercher les quantités de ces forces & leurs proportions qui suivent des conditions quelconques que l'on a posées : ensuite lorsqu'on descend à la Physique, on doit comparer ces proportions avec les Phénomènes ; afin de connoître quelles sont les loix des forces qui appartiennent à chaque genre de corps attirans, c'est alors qu'on peut éxaminer avec plus de certitude ces forces, leurs causes, & leurs explications physiques."

« Dans les lettres (écrites cinq ans après la publication des *Principia*) adressées à Richard Bentley qui, comme à peu près tout le monde, n'avait pas tenu compte de la mise en garde que je viens de citer, et interpréta Newton dans le sens qui devint général au XVIIIe siècle, c'est-à-dire comme affirmant la réalité *physique* de la force d'attraction

comme essentielle et inhérente à la matière, Newton est un peu moins réservé.

« Dans la troisième lettre, (...) il écrit :

> "Il est inconcevable que la matière brute inanimée, sans la médiation de quelque chose d'autre qui n'est pas matériel, puisse agir sur une autre matière et l'affecter sans contact mutuel, comme cela devrait être si la gravitation, dans le sens d'Épicure, lui était essentielle et inhérente. Et cela est une raison pour laquelle je désirais que vous ne m'attribuiez pas la gravité innée. Que la gravité soit innée, inhérente et essentielle à la matière, de telle façon qu'un corps puisse agir sur un autre à distance et à travers le vide sans la médiation de quelque chose d'autre, par quoi cette action soit convoyée de l'un à l'autre, est pour moi une absurdité si grande que je crois qu'aucun homme tant soit peu compétent en matière de philosophie ne pourra jamais tomber dans cette erreur.
>
> "La gravité doit être causée par un agent agissant constamment selon certaines lois ; mais que cet agent soit matériel ou immatériel, je l'ai laissé à la considération de mes lecteurs." »

5.4.2 Nous reprendrons au paragraphe 5.7.3 certaines des conceptions de Newton qui *semble* se moquer, de prime abord, de la nature physique des phénomènes qu'il considère. Pour lui, la notion de force est apparemment celle d'*anima* au sens d'Aristote et de Kepler. Il lui donne une *forme générale*, mathématique et non point physique. Il reconnaît en effet son incapacité d'en déterminer la véritable nature physique.

Newton est alors amené à adopter une attitude que l'on peut qualifier de platonicienne : il étudie un monde d'idées mathématiques, et ce n'est qu'en dernier ressort, au terme d'un processus de descente, d'incarnation pourrait-on dire, qu'il s'attache aux explications physiques. Voyez combien sa position est proche de celle de l'artiste ; il y a peu de temps, le danseur et chorégraphe Serge Lifar, au cours d'une émission qui lui était consacrée, affirmait que « c'est par l'abstrait que nous exprimons le réel ».

On ne saurait cependant oublier les éléments qui ont déterminé le succès des tentatives de Newton : le réalisme des notions de base retenues par le géomètre, les apports de ses prédécesseurs lointains, Kepler d'un côté, Galilée de l'autre, ou immédiats comme Henry More. Ces apports lui auront permis, après Descartes et grâce à l'élaboration, en partie par lui-même, des outils fondamentaux de l'analyse, de fonder une théorie large et synthétique.

5.4.3. Il est intéressant de souligner ici l'existence d'un certain parallélisme entre la démarche et le comportement de Newton, et ceux de R. Thom. Celui-ci rassemble des résultats mathématiques au sein d'une théorie mathématico-physique, la théorie des catastrophes, dont la valeur d'usage expérimental immédiat lui importe peu : « En conclusion générale sur la théorie des catastrophes, je crois qu'il ne faut point se hâter de rechercher une "confirmation expérimentale" quelconque. Je pense qu'une bonne dose de réflexion théorique, de recherche de modèles spéculatifs est nécessaire avant qu'on puisse faire appel à l'expérimentation pour faire un choix parmi les modèles » [18]. Du point de vue conceptuel, on peut estimer que la théorie de Thom est meilleure et plus riche que celle de Newton, car elle fait intervenir explicitement la notion de stabilité. En tant que théorie dynamique, elle ne se pose guère le problème de son applicabilité, et elle laisse à d'autres le travail, extrêmement difficile par ailleurs, de faire l'inventaire des forces et d'en déterminer les rapports spatio-temporels.

5.5 Nouveaux critères pour l'appréciation des modèles

5.5.1 Arrivé à ce point de discussion, on voit mieux se dessiner de nouveaux critères en fonction desquels on peut juger l'originalité et la qualité des modèles.

En premier lieu, apparaît la nature et l'étendue du projet.

En second lieu, les fondements ontologiques sur lesquels il repose.

En troisième lieu, les méthodes auxquelles on fait appel.

En quatrième lieu, la nature et la pertinence des outils utilisés.

En cinquième lieu, les bénéfices qu'on retire de l'emploi du modèle sur le plan de la compréhension, sur le plan de la description qualitative puis quantitative, enfin sur le plan de la prédiction tant qualitative que quantitative.

En dernier lieu, ses qualités esthétiques, clarté, élégance de présentation et de style.

Ces différents critères d'appréciation permettent de mieux juger la portée des modèles, de mieux saisir la nature et l'importance de leur rôle au sein de l'histoire de la pensée scientifique. Le nombre élevé de ces critères montre également combien il est difficile d'émettre un jugement pesé et exact. Bien des verdicts sans appel énoncés sur l'intérêt et la qualité des modèles sont l'expression de quelque désir pervers, ou bien des preuves d'inconscience et de légèreté d'esprit.

5.5.2. Cependant, rejeter de temps à autre, et avec vigueur, une classe particulière de modèles déjà anciens, est bon signe. Comme on le sait, toute évolution positive est précédée de phases déstructurantes qui préludent à des périodes de reconstruction sur des bases nouvelles, mieux établies parfois que les anciennes, en tout cas mieux adaptées à l'état présent de la situation environnante.

Par exemple, la critique présente menée par F. Perroux [15] contre les modèles économiques dits classiques laisse présager la naissance et le développement d'une nouvelle famille de modèles économiques, peut-être plus pertinents que les anciens. L'historien des sciences qui, plus tard, s'insurgerait contre la vacuité et le manque d'à-propos des modèles économiques de la « première génération » ferait douter de ses qualités d'historien. Il n'aurait pas entrepris l'analyse de ces modèles selon les critères que nous avons pu relever. Il n'aurait pas encore saisi qu'en dehors des œuvres magistrales autour desquelles s'articule l'histoire et bifurque son cours, il est nécessaire de créer une masse importante de travaux plus secondaires pour que se transmette la connaissance, s'approfondisse la réflexion, germent les idées nouvelles. Seule une couche d'humus intellectuel d'épaisseur suffisante peut permettre le plein épanouissement et l'expansion de l'arbre de la connaissance et de la compréhension.

Dans son ignorance des mécanismes les plus efficients de la création, est-il étonnant que la nature mise sur la profusion de ses productions pour voir surgir l'œuvre singulière et maîtresse : « C'est une remarque d'ordre général que la nature doit dépenser beaucoup d'énergie en perte avant de réaliser une de ses œuvres (...). Dans le domaine des œuvres de l'esprit, la règle est la même (...) [3] » ?

5.6 Sur les modèles en biologie[3]

5.6.0 L'examen, entrepris aux paragraphes 5.2 et 5.6.1, des critères selon lesquels on peut classer et juger les modèles, montre qu'il ne serait pas raisonnable d'entreprendre, dans un si bref exposé, une analyse exhaustive d'un exemple de modèle utilisé en biologie. Nous en resterons donc encore au niveau de la réflexion générale.

5.6.1 *A propos de la statistique*

Nous ne dirons qu'un mot ici de la statistique. Elle sert à vérifier l'homogénéité des données, à établir des valeurs moyennes. A ce titre, si l'on n'y prend pas garde, la statistique est une discipline parfois perverse.

Si un phénomène soumis à l'observation est très stable, on n'aura guère besoin de procéder à beaucoup de mesures pour connaître la valeur des paramètres le caractérisant. En principe, dans le cas idéal, une seule mesure suffit. C'est le cas, en général, de la physique classique ; ce n'est pas à elle, d'ailleurs, que l'on doit la création de l'outil statistique – mais à la discipline économique à ses débuts.

Si le phénomène n'est pas très stable, la statistique permet d'obtenir des valeurs moyennes ; celles-ci caractérisent globalement et grossièrement le phénomène. Mais la statistique ignore les raisons fines et parfois très importantes qui engendrent les petites instabilités. Elle ne peut les expliquer. Derrière le masque statistique restent cachées la structure exacte et les raisons explicatives du phénomène. La statistique établit un écran à l'essentiel, la compréhension, le pourquoi du phénomène.

Bien souvent, la statistique est utilisée pour fortifier, sur des bases quantitatives, des liaisons ou des corrélations entre facteurs, entre phénomènes. A vrai dire, dans la très grande majorité, sinon dans la totalité des cas, l'observateur se sert des corrélations statistiques pour assurer son propre jugement, lui donner un argument supplémentaire et en imposer par le nombre. Là encore, la statistique n'ex-

3. Cf. par ailleurs mon article « La biologie théorique, pourquoi et comment : éléments de réflexion », *in Actes du Séminaire de l'Ecole de Biologie théorique* (Th. Moulin et Le Guyader Ed.), ENSTA, Paris, 1981, p. 69-80.

plique rien, n'apporte guère de lueurs pour la compréhension des phénomènes.

5.6.2 *Expliquer et comprendre*

Il existe évidemment plusieurs niveaux d'explication. Tel niveau d'explication dont certains se contentent, peut, au contraire, en laisser d'autres insatisfaits. Cependant, au niveau le plus profond que nous puissions atteindre, l'explication nous échappe. Newton renonce à saisir la nature vraie des forces de gravitation. Le Monde reste une *Terra incognita*, un miracle permanent. Si l'on appelle Dieu tout ce que nous sommes incapables d'expliquer, alors évidemment Dieu existe pour tout homme, et, en toute logique, n'est pas représentable par le dessin, comme le savaient les Hébreux.

Sur le plan de la compréhension, la situation est un peu différente. Il est malaisé de définir le sentiment de compréhension. C'est un sentiment. Nous l'éprouvons lorsque nous avons l'impression que notre corps procède à une simulation ou à une reconstruction de phénomènes, de processus, d'objets. Ce sentiment se développe quand nous pensons posséder une sorte d'emprise sur le monde extérieur. La compréhension, associée à l'agir, est donc essentiellement un phénomène dynamique.

Aussi n'est-il pas étonnant que l'établissement de modèles dynamiques, même s'ils restent peu satisfaisants sur le plan de l'explication profonde, donne naissance au sentiment de comprendre.

5.6.3 *Hypothèses métaphysiques*

De fait, ce qui caractérise la vie est le mouvement, qu'il soit apparent ou bien intérieur à l'être. Il est alors naturel de rechercher des descriptions du vivant dans lesquelles la position spatiale et la localisation temporelle soient les deux paramètres de base de toute étude plus avancée.

Si l'on considère un petit domaine cellulaire caractérisé par la position x de son centre à l'instant t, trois cas sont possibles. Ou bien à l'instant t + dt, il n'aura changé ni de constitution ni de position, ou bien il n'aura pas changé de

constitution mais il se sera modifié spatialement soit en dimension soit en position, ou bien il aura changé de constitution et, éventuellement, de position.

Dans le premier cas, nous dirons que le domaine cellulaire considéré est à l'état d'*attracteur*, dans le second cas qu'il est en évolution simple, dans le troisième cas qu'il est dans un état de *bifurcation morphologique*.

Certains ne veulent voir dans ces évolutions que la présence d'actions locales du milieu sous-jacent, et qui suffiraient à donner à l'ensemble son allure générale. On peut tout aussi bien faire abstraction de ces actions locales, internes, ne considérer que l'évolution globale et lui associer tout *un jeu de forces* de nature inconnue, ayant des propriétés spécifiques. C'est le point de vue, proche de celui de Newton, préconisé également par Buffon [8].

Nous allons essayer ici de traduire cette manière de voir en une image physique, par conséquent assez éloignée mais peut-être non dénuée de rapport avec le comportement du monde vivant. Imaginons une masse sablonneuse baignant dans un « éther » spécifique, tels l'air ou la mer. Les formes apparentes de ces masses sablonneuses ne sont pas quelconques – elles présentent en particulier des structures périodiques. On peut postuler l'existence d'un champ de forces stationnaires qui modèle la masse sablonneuse. Selon la nature de l'éther, le degré de réfraction et d'absorption du champ de forces varie, ainsi par conséquent que la forme apparente de la masse sablonneuse. Son enveloppe joue le rôle d'une peau de texture uniforme qui sépare et protège du milieu ambiant le milieu intérieur. Celui-ci n'est pas uniforme bien que, par des processus de renouvellement, par l'action uniformisante des grains qui roulent les uns sur les autres, ce milieu ait tendance à se constituer en cellules de taille voisine. Cependant, la réfraction du champ extérieur à travers le nouvel « éther » constitué par le milieu sablonneux conduit à faire éclater le champ extérieur en composantes spectrales qui agissent pour leur propre compte et modèlent le milieu intérieur. La forme du bord pourrait être en partie déterminée par la résultante de l'action du champ extérieur et de ses composantes internes obtenues après réfraction.

Quel que soit le point de vue métaphysique adopté, et sans rien préjuger de la nature des causes en présence, il devrait être possible d'établir des relations fonctionnelles

entre les positions spatio-temporelles des domaines cellulaires élémentaires. Ce qui permettrait de faire fructifier le second point de vue de Newton, également partagé par Galilée, qui consiste à construire des *idéalités ou modèles mathématiques*, puis à descendre au niveau des réalités du monde sensible. Point de vue d'ailleurs auquel sans doute aurait souscrit Claude Bernard : « On peut donc imaginer que l'être élémentaire, aussi bien que l'être complexe, est ainsi engagé dans une trajectoire idéale, qui lui impose son développement [1]. »

Cependant, dans la période actuelle, où nombre de relations fonctionnelles sont encore mal établies, où la compréhension des mécanismes physiologiques est parfois mal assurée, où les propriétés des systèmes dynamiques font encore l'objet de recherches, on ne peut guère s'attendre à la naissance très prochaine de modèles donnant des résultats spectaculaires.

5.6.4 *Considérations physiques*

Nous allons nous restreindre ici à l'examen d'une classe de systèmes dynamiques, les systèmes dynamiques « différentiels » que nous opposons aux systèmes dynamiques récurrents où l'on discrétise la variable d'état x. L'attention accordée ici aux systèmes dynamiques différentiels ne préjuge en rien de l'intérêt d'emploi, en certains cas, des systèmes dynamiques récurrents, parfaitement adaptés à la description de certains phénomènes.

Les temps que l'on considère dans les théories de systèmes dynamiques sont soit unidimensionnels, soit multidimensionnels. Le cas le mieux étudié jusqu'à présent est celui où le temps est unidimensionnel. Voici alors en très gros traits la formulation analytique des principaux types de modèles utilisés :

1 – modèles définis par des équations différentielles autonomes :

$$\frac{dx}{dt} = f(x)$$

$$x(t) = (x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t)), \quad f = (f_1, \ldots, f_n)$$

2 – modèles définis par des équations différentielles non autonomes :

$$\frac{dx}{dt} = f(x(t), t)$$

3 – modèles définis avec des équations différentielles autonomes avec contraintes :

$$f_i(x) = 0 \quad (i = 1 \text{ à } k) \quad f_j(x) = \frac{dx_j}{dt} \quad j = k + 1 \text{ à } n$$

4 – modèles définis par dès équations différentielles avec retard :

$$\frac{dx}{dt} = f[(x_1(t - h_1), (x_2(t - h_2), ..., (x_n(t - h_n)]$$

5 – modèles intégro-différentiels qui intègrent des effets de retard :

$$y(t) = f(x(t))$$
$$x(t) = y(t) + g(t) - \int_0^t K(t - s) f(x(s)) ds$$

6 – modèles définis par des équations aux dérivées partielles :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = f\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x_i^2}, \frac{\partial u}{\partial x_i}, u\right)$$

$u = (u_1, ..., u_n)$ $f = (f_1, ... f_n)$ $u = u(x, t)$ $x = (x_1, ..., x_n)$

7 – des modèles comptant des équations des types 6 et 4, ou 5, ou 1.

La théorie des systèmes dynamiques, et, à travers elle, la théorie des catastrophes, suggèrent à l'expérimentateur une liste particulière d'éléments ou de situations à observer.

En premier lieu, nous trouvons les *attracteurs* : il s'agit d'ensembles d'états formant un tout A globalement invariant au cours du temps, de sorte que si l'on considère un état initial I n'appartenant pas à A mais voisin de A, l'état final dérivé de I appartient, lui, à A.

En second lieu, l'observateur portera son attention sur les *domaines d'accidents*. Un domaine d'accidents se compose d'états en situation de transformation spatiale structurelle, interne importante (bifurcation, catastrophe), souvent *en un temps relativement bref*[4].

Ce relevé permet d'obtenir des caractéristiques morphologiques de l'objet et de son devenir, il peut suggérer un premier choix dans l'ensemble des dynamiques possibles dont on connaît parfois l'allure générale des trajectoires.

4. Sur l'emploi de l'antinomie *permanent transitoire*, cf. [7].

Les modifications des paramètres de l'expérimentation facilitent la mise à l'épreuve de la stabilité structurelle du phénomène étudié, comme la découverte de certaines parties du domaine d'accidents. Elles peuvent par conséquent donner des indications morphologiques utiles sur la dynamique globale qui gouverne l'évolution.

Les modèles les plus intéressants sur le plan ontologique, et par conséquent sur le plan analytique, sont évidemment ceux qui tiennent compte de l'*influence du passé*. Il est significatif de constater que la réflexion la plus récente des physiciens aboutit à mettre en doute le formalisme hamiltonien [11]. Les physiciens s'emploient à tenir compte des phénomènes d'usure et de dissipation qui caractérisent le monde sensible. Ce sont ces phénomènes qui, certainement, limitent l'éventail des systèmes dynamiques pertinents, et pourraient reléguer dans l'armoire aux oubliettes certains des systèmes dynamiques pathologiques découverts par les mathématiciens[5].

Il existe un autre facteur non moins essentiel sur le plan ontologique, et beaucoup plus difficile à représenter valablement. Il s'agit de l'*influence du futur*. Les neuropsychologues sont parfaitement familiers avec les phénomènes d'anticipation, et les bons économistes ne manquent pas de rappeler que « les agents établissent des projets [15] ». Sans doute, dans le domaine physique, le poids de l'avenir est-il tout à fait négligeable. Il n'en est pas de même en biologie, déjà au niveau le plus bas, comme on le voit par le jeu des affinités chimiques et par les manifestations du phototropisme.

Un groupe local d'action permet d'extrapoler une situation présente à l'instant t dans un avenir immédiat. Celui-ci est plaqué par une sorte de projection inverse sur le présent avec lequel il est couplé. Ces opérations définissent une situation nouvelle à l'instant $t + \delta t$ (δt représente le temps nécessaire pour effectuer toutes les opérations précédentes). On répète *(ad infinitum)* ces opérations, en prenant comme nouveau point de départ la situation à l'état $t + \delta t$. Ainsi s'ébauche l'évolution et la transformation du monde.

5. Cette éventualité me paraît aujourd'hui peu fondée.

C'est sans doute à travers la *considération de temps*[6] *multidimensionnels, d'évolution propre différente*, que l'on parviendra peut-être à tenir compte au mieux de l'influence du futur. Imaginons un temps bidimensionnel $t = (\tau_1, \tau_2) = (\tau_1, g(\tau_1))$ où le temps τ_2 varie très lentement par rapport au temps τ_1. L'état d'un objet O(t) est fonction du temps t par l'intermédiaire de deux parties $O_1(\tau_1, \tau_2)$ et $O_2(\tau_2)$ couplées de manière unidirectionnelle de O_2 vers O_1. Une variation légère de τ_1 ne s'accompagne pas, en général, de changement perceptible de O_2. Par contre, au bout d'une durée $\Delta\tau_1$ assez longue, $O_2(\tau_2)$ s'est modifié, et, par couplage, contribue à l'évolution de $O_1(\tau_1, \tau_2)$. Si l'objet O(t) mesure le temps à travers τ_1 seulement, on voit que c'est le futur qui, pour lui, pèse, de manière peut-être essentielle, sur la modification de son état.

5.7 L'insolite comme source du progrès[7]

5.7.0 La majeure partie des ouvrages consacrés à l'épistémologie dans les sciences prennent leurs exemples dans la physique (par exemple [9], [13], [17]). De très beaux traités ont été consacrés à l'histoire des sciences ; ceux d'Alexandre Koyré ou de Pierre Duhem sont universellement connus : il s'agit encore, pour l'essentiel, d'astronomie, de physique. Les autres disciplines, soit pour n'être pas encore assez bien constituées en tant que sciences, soit parce qu'elles sont d'accès trop ardu comme les mathématiques, n'ont pas fait, en général – les exceptions sont dues à Cavaillès et surtout à Lautman –, l'objet d'investigations épistémologiques très poussées.

Il est fort probable que, dans les prochaines années, ces lacunes seront comblées. Nul doute, également, que les principes méthodologiques mis en œuvre dans les diverses disciplines ne soient les mêmes ([3], [6]). Nous allons, dans ce paragraphe assez bref, par référence à notre expérience

6. Selon mon sentiment, obscur j'en conviens, l'évolution s'accomplit de sorte que le continuum originel, la cellule totipotente et homogène de l'univers, se différencie en objets (particules, atomes,..., être vivants, ...), en dimensions spatiales (0, 1, 2, 3, ...) et temporelles (0, 1, ...), de manière concomitante et globalement en harmonie.

7. Sous le titre de *Quelques remarques épistémologiques en introduction aux travaux sur les phénomènes subtils*, ce paragraphe a paru, à quelques petites modifications près, dans un numéro spécial du *Bulletin du Groupe d'étude des rythmes biologiques*, intitulé « Rythmes biologiques et facteurs subtils », Clermont-Ferrand, 1980.

en mathématiques, rappeler quelques-unes des conditions principales du progrès dans les sciences.

5.7.1 Voici la plus classique d'entre elles qu'il convient de mentionner par souci de complétude : le progrès de la connaissance s'accomplit en partie sous l'effet du choc provoqué par la présentation de faits nouveaux.

Si, en mathématiques, l'acceptation des nouveautés se fait sans trop de réticences, tout au moins tant qu'on reste au sein d'une même théorie, il semble qu'il n'en soit pas toujours de même dans les disciplines expérimentales, où la réfutation au sein de la démonstration est parfois délicate.

Chez les mathématiciens, la découverte d'une propriété intéressante se traduit par l'énoncé d'une proposition que son auteur démontre. Avant sa publication officielle, un certain nombre d'experts se penchent sur la démonstration pour en vérifier la solidité. Celle-ci une fois éprouvée, la proposition est aussitôt admise par la totalité de la communauté scientifique.

Chez les expérimentateurs, la démonstration existe également par le truchement de l'expérience, codifiée en un protocole de préparation. Tant qu'elle n'a pas été corroborée par d'autres expériences, la valeur d'un résultat reste incertaine. Comme ces expériences peuvent être pénibles, très longues, s'échelonner parfois sur plusieurs mois, être très coûteuses, faire appel à des spécialistes et des technicités difficiles à acquérir et peu répandues, on conçoit volontiers que nombre d'expériences ne soient pas soumises à la vérification d'un club d'experts.

5.7.2 Il ne semble pas toutefois, sur le plan de l'acceptation des théories, que les mathématiques soient mieux placées que les sciences expérimentales. Tous les mathématiciens qui ont introduit des théories nouvelles ont rencontré des difficultés. Faut-il rappeler les refus essuyés par Lobatchevsky [19], Galois, Cantor, les ennuis que Poncelet et Fourier eurent avec Cauchy, les combats de Lebesgue et de Fréchet ? Le lecteur nous pardonnera peut-être d'étayer ce propos par un exemple personnel. L'auteur a importé en France la théorie des matroïdes : « Ce n'est pas des mathématiques », tel fut l'avis d'un « collègue » informaticien en 1969. Un peu plus tard, et selon les dires, un algébriste d'assez grande valeur se serait exclamé : « Qu'est-ce que c'est que cette c... ! » Il a fallu attendre qu'un très

grand mathématicien américain [14], le fondateur de la théorie des catégories, illustre son discours par ses propres travaux en théorie des matroïdes pour que cette dernière théorie soit, semble-t-il, définitivement acceptée par la communauté mathématique française[8].

5.7.3 Mais quittons cette parenthèse sur la théorie et revenons aux faits, et en particulier aux deux types de nouveautés, l'exemple ou le contre-exemple, sur lesquels la connaissance se bâtit. En premier lieu, l'exemple : il permet d'enrichir le savoir sans aller, apparemment, à contre-courant des théories en place, des idées admises.

Cette propriété de l'exemple de ne pas heurter les convictions du gros de la communauté scientifique mérite d'être nuancée. Car il faut distinguer deux types d'exemples. L'exemple du premier type dont l'effet est de développer l'ampleur de la théorie, d'approfondir la connaissance dans une direction donnée, sans remettre en cause ni les résultats acquis, ni la structuration de la théorie. L'exemple du second type contraint à structurer la théorie d'une manière nouvelle. Il diminue la valeur du travail fondateur de la théorie ancienne. Ce type d'exemple, qui peut conduire à poser des questions nouvelles, est, dans une certaine mesure, à mi-chemin entre l'exemple première manière et le contre-exemple.

Celui-ci, en mathématiques, ruine une conjecture, interdit *ab absurdo* une voie de développement de la théorie. Dans les sciences expérimentales, le contre-exemple, sous la forme de l'expérience « bizarre », démolit la valeur d'une expérimentation, d'une explication causale, peut ébranler les fondements d'une théorie. Comme il n'existe aucun club d'experts pour décider de la valeur du contre-exemple, il est facile de le rejeter, de l'ignorer, s'il dérange trop.

5.7.4. Il est étonnant que certains n'arrivent pas à comprendre que les combats où la fausseté est de règle sont perdus d'avance. On ne détruit pas un fait. On peut en masquer l'existence pendant un certain temps, le voile finit toujours par tomber. Il faut avoir le courage d'accepter les conclusions d'une expérience honnête, même si elle choque les idées les mieux établies.

8. (Ajouté en cours d'épreuves.) Bourbaki a récemment consacré un de ses exposés à certaines applications mathématiques de la théorie des matroïdes.

D'ailleurs, comme l'affirmait déjà B. Russell, une assurance excessive dans ses convictions scientifiques n'est pas une preuve de maturité, ni probablement l'indice d'une grande pénétration d'esprit. Les leçons de l'histoire devraient encourager les savants à faire preuve de tolérance, d'ouverture d'esprit et d'attention critique aux nouveautés, d'autant plus que les nouvelles branches de la science se développent souvent à partir de travaux sur ces phénomènes qualifiés d'abord d'étranges ou de subtils, que la communauté scientifique ne manque pas, dans un premier temps, à quelques exceptions près, de rejeter.

5.7.5 Un examen de quelques-uns de ces travaux conduit à insister sur l'importance de la notion de stabilité structurelle.

D'abord un rappel : l'observation se pratique à différents niveaux phénoménologiques. Il n'est pas dit que certains effets manifestés à un niveau local aient une grande influence sur le comportement global. La réciproque peut d'ailleurs être vraie. Pour ces raisons, entre autres, la reconstitution complète du tout au moyen des parties est un espoir illusoire. Certes, on peut tenter de bâtir cet échafaudage, mais sans excès d'optimisme quant au succès final. Il importe de garder présent à l'esprit que le but de l'observation est, dans une première étape, de mettre en évidence un ensemble de paramètres *pertinents* pour le niveau de découpage phénoménologique auquel se situe cette observation. Déplorons que, pour l'instant, le nombre de paramètres pertinents que les observateurs dégagent de leurs expériences soit en général trop faible pour permettre la construction de schémas prédictifs.

On remarquera que le choix du niveau d'observation dépend entièrement de sa *stabilité de structure.* Un objet, une phénoménologie ne sont observables que dans la mesure où ils sont stables par rapport aux chocs extérieurs qui peuvent affecter l'état de leur milieu interne, et aux tribulations de ce milieu interne sur lequel nous n'avons que peu de renseignements. Cette stabilité par rapport à certaines influences locales, qui peuvent être d'origine exogène et connaître des variations cycliques, permet d'oublier, provisoirement, dans une première description quantitative, ces changements réguliers. Naturellement, au fur et à mesure que l'on étudiera avec plus de finesse cette stabilité structurelle, on verra poindre inexorablement l'ef-

fet des petites variations autrefois négligées, et l'on devra mettre en évidence des paramètres pertinents de plus en plus nombreux.

Caractériser le degré de finesse dans l'observation ou encore la rigidité de la stabilité par le nombre de ces paramètres pourrait conduire à une taxonomie des objets qui ne manquerait peut-être pas d'intérêt.

Conclusion

Une des questions qui mériterait enfin d'être abordée est celle de la multiplicité des modèles. On conçoit mal que l'esprit scientifique se résolve à accepter la présence de modèles épars, sans lien les uns avec les autres. Le modèle sert d'aiguillon à la recherche, d'étalon de cohérence, d'outil de synthèse. En s'efforçant de le construire, l'homme exprime par son acte une constante de son intuition : la croyance intime en l'existence d'une logique interne cachée selon laquelle se transforme le monde.

C'est dire qu'au-delà des modèles locaux très divers existe un méta-modèle qui les contient tous et s'étend à l'univers entier. Sur ce point, la philosophie chinoise, par son caractère profondément organismique, rejoint celle de Platon qui ne lui cède en rien pour son ampleur : « Ce modèle... embrasse et contient en lui-même tous les animaux intelligibles, comme ce monde contient et nous-mêmes et tout ce qu'il a produit d'animaux visibles », « monde », dit-il quelques lignes auparavant, « qui est un animal » [16].

On peut s'interroger sur la pertinence de cette vision biologique. Ne conviendrait-il pas de l'élargir et d'entrevoir le monde présent comme le résultat de la différenciation d'une phase initiale en une myriade de phases secondaires, capables de se ramifier encore et de se lier entre elles ? Et qui ne pressent l'imminence d'un dépassement de la tentative platonicienne, la réalisation proche d'une nouvelle synthèse des savoirs ?

Construits d'après les plans établis par imitation brute des faits, ou par celle des images qui, dans ses rêveries, traversent l'esprit, cimentés par le liant rigide de la déduction causale, les édifices de la pensée les plus solides selon l'expérience, reposent sur des bases d'hypothèses ontologiques, et sont élevés au moyen de l'outil mathématique.

Pour réussir dans ses entreprises, le bâtisseur de modèles se doit d'être, à la fois, architecte et maçon, philosophe et mathématicien, ce que savaient les Anciens.

BIBLIOGRAPHIE

[1] C. Bernard, *Leçons sur les phénomènes de la vie communs aux animaux et aux végétaux*. J. Vrin, Paris, 1966.

[2] C.P. Bruter, *Sur la méthodologie dans la science de l'administration*, Congrès du TIMS, Mexico, 1967 (chapitre 1).

[3] C.P. Bruter, *Sur la nature des mathématiques*, Gauthier-Villars, Paris, 1973 (épuisé).

[4] C.P. Bruter, « Sur la modélisation », *in* : P. Samuel : *Mathématiques, mathématiciens et société, Pub. Math. Orsay*, n° 86-74.16, 1975, p. II.8-II.19 (chapitre IV).

[5] C.P. Bruter, *Topologie et perception*, tome 2, Aspects neurophysiologiques, Maloine-Doin, Paris, 1976.

[6] C.P. Bruter, « Quelques méthodes, concepts et processus dans les sciences » (Actes du Congrès A.F.C.E.T., Paris, 1977), Éditions Hommes et Techniques. Suresnes, 1977, p. 54-64, *in* : *Modélisation et maîtrise des systèmes* (cf. chapitre III).

[7] C.P. Bruter, « Modifications du comportement et métaphores géographiques », *in* : *Neurobiologie de l'apprentissage*, J. Delacour (éd.), Masson, Paris, 1978, p. 183-198.

[8] G.L. de Buffon, *De l'Homme*, François Maspero, Paris, 1971.

[9] M. Bunge, *Philosophie de la physique*, Seuil, Paris, 1975.

[10] P. Duhem, *Le Système du monde*, Hermann, Paris, 1959.

[11] F. Fer, *L'Irréversibilité*, Gauthier-Villars, Paris, 1977.

[12] A. Koyré, *Du monde clos à l'univers infini*, Gallimard, Paris, 1973.

[13] T.S. Kuhn, *La Structure des révolutions scientifiques*, Flammarion, Paris, 1972.

[14] S. MacLane, « Topology and Logic as a Source of Algebra », *Bull. Am. Math. soc.*, vol. 82, n° 1, 1976, p. 1-40.

[15] F. Perroux, *Unités actives et mathématiques nouvelles*, Dunod, Paris, 1976.

[16] Platon, *Timée*, G.F. Flammarion, Paris, 1969.

[17] K. Popper, *The Logic of Scientific Discovery*, Basic Books, New York, 1959.

[18] R. Thom, « Answer to Christopher Zeeman's Reply », *in* : *Dynamical Systems, Warwick 1974, Lecture Notes in Mathematics*, n° 468, Springer-Verlag, Berlin, 1975.

[19] I. Toth, « La révolution non euclidienne », *La Recherche*, vol. 8, n° 75, 1977, p. 143-151.